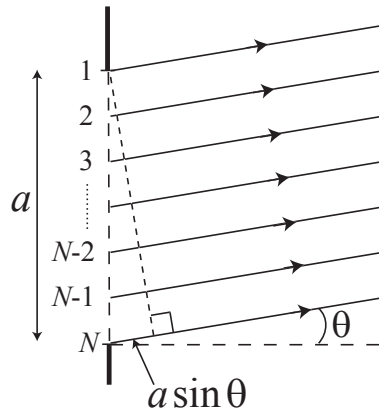


## Diffraktio raossa

Diffraktiolla tarkoitetaan aallon taipumista aallon osuessa kapeaan rakoön tai muuhun esteeseen. Diffraktiossa on kyse aaltojen yhdistymisestä eli interferenssistä.



Kuva A: Diffraktio raossa.

Tarkastellaan kuvan A mukaista tilannetta, jossa valo osuu rakoön, jonka leveys on  $a$ . Valo on monokromaattista ja koherenttia. Valon aallonpituus on  $\lambda$ . Huygensin periaatteen mukaan aaltorintaman jokaista pistettä voidaan pitää uuden alkeisaallon lähteenä. Oletetaan, että näitä pisteitä on raossa tasaisesti  $N$  kappaletta ja niistä lähtee näin ollen  $N$  palloaaltoa. Kun valoa tarkastellaan kaukana raosta tietyllä kohtaa varjostimella, palloaaltojen kulkua raosta varjostimelle voidaan kuvata yhdensuuntasilla säteillä. Tällöin ensimmäisen säteen ja  $N$ :nnen säteen matkaero on kuvan A mukaisesti

$$\Delta r = a \sin \theta.$$

Suunnassa  $\theta = 0$  säteillä ei ole matkaeroa ja tapahtuu konstruktiiivinen eli vahvistava interferenssi. Destruktiivinen eli heikentävä interferenssi tapahtuu suunnissa, joissa jokaiseen raosta lähtevään säteeseen liittyy toinen säde, siten että säteiden välinen matka-ero on pariton monikerta aaltopituuden puolikkaasta. Ensimmäinen tällainen intensiteettiminimi saadaan, kun 1. säde liittyy raon keskellä olevaan säteeseen  $\frac{N}{2} + 1$ , 2. säde säteeseen  $\frac{N}{2} + 2$  jne. Tästä saadaan ehto

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad \text{eli} \quad a \sin \theta = \lambda.$$

Yleisesti saadaan ehto suunnille, joissa intensiteetti on nolla:

$$a \sin \theta = n\lambda, \quad \text{missä} \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$

Vastaavasti saadaan ehto sivumaksimien suunnille

$$a \sin \theta \approx \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad \text{missä} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

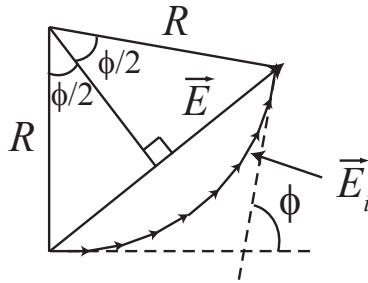
Sähkömagneettisten aaltojen yhdistymistä voidaan tarkastella myös sähkökenttien vaihe-erojen  $\phi$  avulla. Tarkastelupisteessä kenttien vaihe-eroille ja vastaavien aaltojen matkaeroille on voimassa

$$\phi = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda}.$$

Raon reunoilta tulevien alkeisaaltojen välinen vaihe-ero on tällöin

$$\phi = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}. \quad (2)$$

Kaukana raosta varjostimelle syntyneen diffraktiokuvion intensiteetti on kaikkien  $N$ :n alkeisaallon sähkökenttien yhdistelmä. Kunkin pistelähteen lähettämän aallon sähkökentän amplitudi on  $E_1$ . Vierekkäisten pistelähteiden vaihe-ero on tällöin  $\phi_1$ .



Kuva B: Interferoivien säteitten sähkökentät.

Tilannetta voidaan analysoida kuvan B mukaisella ympyräkaarella. Kaaren muodostavat pistelähteiden sähkökenttävektorit  $\vec{E}_i$ . Kaaren keskuskulma on yhtälön (2) mukainen ensimmäisen ja viimeisen lähteen lähettämän aallon välinen vaihe-ero  $\phi$ . Summa-aallon sähkökenttävektori  $\vec{E}$  on kaikkien lähteiden sähkökenttien vektorisumma. Kuvasta B nähdään että

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}|\vec{E}|}{R}, \quad (3)$$

missä  $R$  on ympyrän säde. Kun  $N$  on suuri, ympyräkaaren pituus on hyvin tarkasti  $NE_1 = R\phi$ , eli

$$R = \frac{NE_1}{\phi}. \quad (4)$$

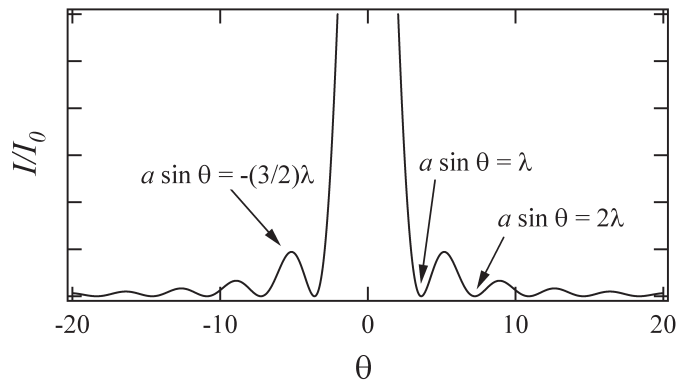
Yhdistämällä yhtälöt (3) ja (4) saadan summa-aallon sähkökentän amplitudille lauseke

$$E = NE_1 \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\phi/2}.$$

Sähkömagneettiselle aallolle pätee yleisesti, että aallon intensiteetti on verrannollinen aallon sähkökentän neliöön. Näin ollen havaitulle intensiteettijakaumalle saadaan lopullinen lauseke

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\phi/2} \right]^2, \quad (5)$$

missä  $I_0$  on intensiteetti, kun  $\phi = 0$  eli suunnassa  $\theta = 0$ . Alla olevassa kuvassa C summa-aallon intensiteetti on esitetty kulman  $\theta$  funktiona. Diffraktiominimit havaitaan niissä suunnissa, joissa  $a \sin \theta$  on aallonpituuden monikerta. Diffraktiomaksimit ovat minimien välissä.



Kuva C: Diffraktio raossa: intensiteettijakauma.