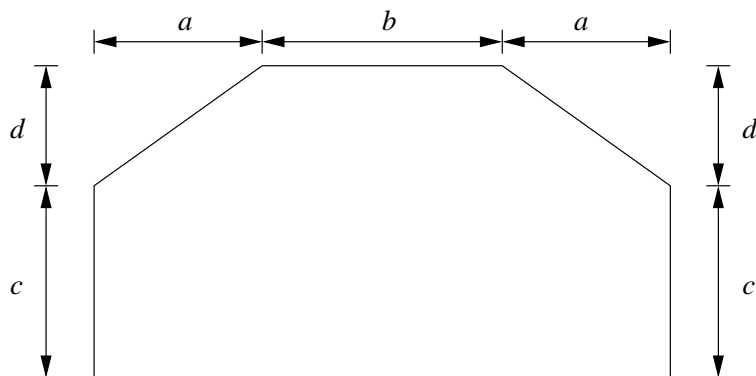


Ohjeita. Sijoita jokainen tehtävä omalle sivulleen. Laadi ratkaisut selkeästi välivaiheineen, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. Merkitse hylkäämäsi ratkaisu yliväiväamalla se, sillä kahdesta ratkaisusta huonompi otetaan mukaan arvosteluun.

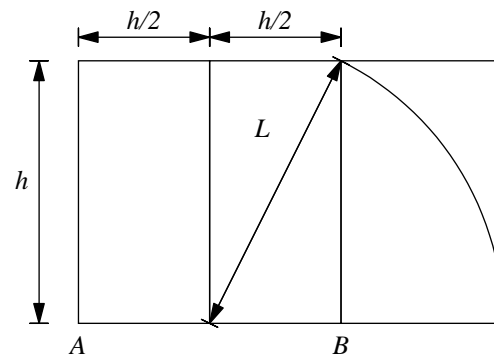
- Rakennuskustannukset koostuvat vain työvoima- ja materiaalikustannuksista. Rakennusta suunniteltaessa arvioitiin rakennuskustannuksiksi 1 800 000 euroa. Lopulliset rakennuskustannukset ylittivät arvon 5,9%:lla. Kuinka monella eurolla lopulliset materiaalikustannukset ylittivät arvioidut materiaalikustannukset, kun lopulliset työvoimakustannukset ylittivät arvon 40 000 eurolla?
- Pohjaltaan suorakulmion muotoisen ullakon pohjan pidempi sivu on s . Tätä sivua vastaan kohtisuora poikkileikkaus on oheisen periaatekuvion mukainen. Määritä ullakon tilavuus, kun $s = 6,90$ m, $a = 1,25$ m, $b = 4,10$ m, $c = 1,10$ m ja $d = 0,60$ m.



Kuva tehtävään 2, ullakon poikkileikkaus

- Parabeli $y = ax^2 + bx + c$ kulkee pisteiden $(0, 4)$, $(1, 3)$, ja $(2, 0)$ kautta. Määritä parabelin ja x -akselin rajoittaman äärellisen alueen pinta-ala.
- Eräs kolmiomainen sisäänkäynti rakennetaan seuraavasti. Ovien korkeus on h . Kaksi leveydeltään $\frac{1}{2}h$ olevaa ovea asetetaan vierekkäin. Kolmannen oven leveys määräytyy siten, että kaikkien kolmen oven yhteenlaskettu leveys on $\frac{1}{2}h + L$, missä L on keskimmäisen oven lävistäjän pituus. (Katso kuva.)

Lausu janojen AC ja BC pituudet $|AC|$ ja $|BC|$ korkeuden h avulla. Totea saatuja tuloksia käyttämällä, että $|AB| : |AC| = |BC| : |AB|$ (toisin sanoen, että piste B jakaa leveyden AC kultaisen leikkauksen suhteessa).

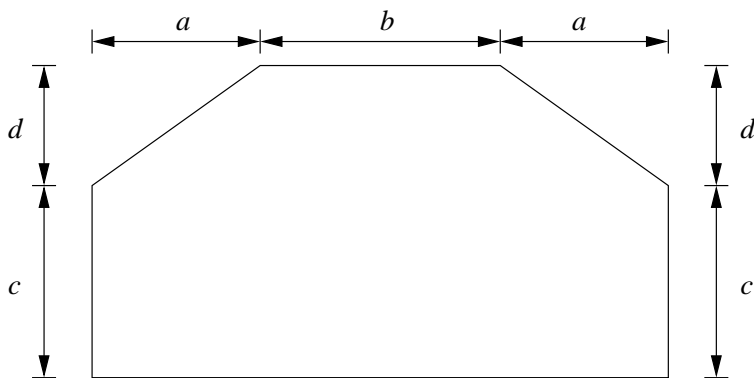


Kuva tehtävään 4

- Pystysuora pilari on suorakulmaisen särmiön muotoinen. Pilarin vaakasuora poikkileikkaus on neliö, jonka sivun pituus on 2 m. Pilari katkaistaan erään tason suuntaisesti. Syntyvä leikkauskuvio $ABCD$ on nelikulmio, jonka kärki A on korkeudella 7 m, kärki B korkeudella 8 m ja kärki C korkeudella 9 m. Määritä pisteen D korkeus ja leikkauskuvion $ABCD$ pinta-ala.
- Viisi samanlaista, katkaistun suoran ympyräkartion muotoista juomalasia pakataan pohjaltaan neliön muotoiseen laatikkoon. Laatikon pohjan sivun pituus on kaksi kertaa lasin suun halkaisija. Neljä lasista sijoitetaan siten, että halkaisijaltaan leveämpi pää (lasin suu) tulee laatikon pohjaa vasten. Viides lasi asetetaan edellisten lasien väliin keskelle pohja alaspäin. Lasin suun halkaisija on d ja lasin korkeus on h .
 - Kuinka suuri saa lasien pohjan halkaisija enintään olla, jotta viidennen lasin pohja koskettaa laatikon pohjaa?
 - Kuinka kauas viidennen lasin pohja jää laatikon pohjasta, jos lasien pohjan halkaisija on $\frac{1}{2}d$?

Anvisningar. Placera varje uppgift på egen sida. Ge klart utarbetade lösningar inklusive mellanstadier, renskriv lösningen vid behov. Förkastade lösningar bör överstryckas. Om icke-överstruckna lösningar föreligger, så bedöms den sämre av dessa.

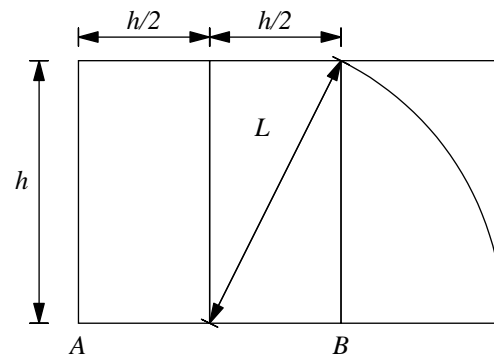
- Byggnadskostnaderna utgörs enbart av arbetskrafts- och materialkostnader. Då en byggnad planerades uppskattades byggnadskostnaderna till 1 800 000 euro. De slutliga byggnadskostnaderna överskred uppskattningen med 5,9%. Med hur många euro överskred de slutliga materialkostnaderna de uppskattade materialkostnaderna, då de slutliga arbetskraftskostnaderna överskred uppskattningen med 40 000 euro?
- Den längre sidan av ett vindsutrymmes rektangulära golv har längden s . Nedanstående figur visar formen av tvärsnittet vinkelrätt mot sidan ifråga. Beräkna vindsutrymmets volym, då $s = 6,90$ m, $a = 1,25$ m, $b = 4,10$ m, $c = 1,10$ m och $d = 0,60$ m.



Figur för uppgift 2, vindsutrymmets tvärsnitt.

- Parabeln $y = ax^2 + bx + c$ passerar genom punkterna $(0,4)$, $(1,3)$ och $(2,0)$. Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av parabeln och x -axeln.
- En ingång med tre dörrar tillverkas på följande sätt. Dörrarnas höjd är h . Två dörrar med bredden $\frac{1}{2}h$ placeras bredvid varandra. Den tredje dörrens bredd bestäms av att dörrarnas sammanlagda bredd bör vara $\frac{1}{2}h + L$, där L är längden av

den mittersta dörrens diagonal (se figur). Uttryck sträckornas AC och BC längder $|AC|$ och $|BC|$ med hjälp av höjden h . Visa med hjälp av de erhållna resultaten, att $|AB| : |AC| = |BC| : |AB|$ (dvs. att punkten B delar bredden AC enligt det gyllene snittet).



Figur för uppgift 4

- En vertikal pelare har formen av ett rätblock. Pelarens horisontala tvärsnitt är en kvadrat med sidlängden 2 m. Då pelaren skärs av ett plan, är snittytan en fyrkant $ABCD$, vars hörn A , B och C befinner sig på höjderna 7 m, 8 m respektive 9 m. Bestäm punkten D :s höjd samt arean av snittytan $ABCD$.
- Fem likadana dricksglas med formen av en stympad rak cirkulär kon packas i en låda med kvadratisk botten. Lådans botten sidlängd är två gånger glasens mynnings diameter. Fyra av glasen placeras så att deras mynningar vilar mot lådans botten (glasens mynningsdiameter antas vara större än deras bottendiameter). Det femte glasets mynningsdiameter är d och glasets höjd h .
 - Hur stor får glasens bottendiameter högst vara, om vi vill att det femte glasets botten berör lådans botten?
 - Hur högt över lådans botten ligger det femte glasets botten, om glasens bottendiameter är $\frac{1}{2}d$?

HTKK, TTY, OY/Arkkitehtiosastot
Valintakuulustelujen matematiikan koe 19.5.2003
Ratkaisut ja pisteytys

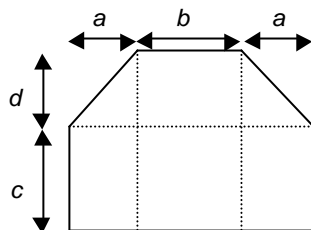
1. Käytetään taulukkoratkaisumallia:

	ennen	jälkeen	muutos
työvoimakustannukset	t	$t + 40\,000$	$40\,000$
materiaalikustannukset	m	M	$M - m$
rakennuskustannukset yhteensä	r	$1.059 r$	$0.059 r$

2 pist.

Edellä rakennuskustannukset $r = 1\,800\,000$ €. Kysytään materiaalikustannusten nousua, ts. arvoa $M - m = 0.059 r - 40\,000 = 0.059 \cdot 1\,800\,000 - 40\,000 = \underline{66\,200}$ €. 4 pist.

2.



Poikkileikkauksen pinta-alaksi kuviosta saadaan

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot ad + bd + cb + 2ca = 10,470 m^2$$

kun $a = 1,25 m$, $b = 4,10 m$, $c = 1,10 m$ ja $d = 0,60 m$. 4 pist.

Tällöin ullakon tilavuudeksi tulee

$$V = A \cdot s = 72,2 m^3 \approx 72 m^3$$

kun pohjan pidempi sivu $s = 6,90 m$. 2 pist.

3. Pisteet $(0, 4)$, $(1, 3)$ ja $(2, 0)$ toteuttavat yhtälön $y = ax^2 + bx + c$. Saadaan yhtälöryhmä

$$\begin{cases} c = 4 \\ a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \quad \text{josta} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} . \quad \text{Tällöin parabeli on } y = 4 - x^2 . \quad 3 \text{ pist.}$$

Parabeli aukeaa alaspäin ja sen nollakohdat ovat 2 ja -2. Tällöin parabelin ja x-akselin rajaama äärellinen pinta-ala on

$$A = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_{-2}^2 = 8 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 - \left(-4 - \frac{1}{3}(-2)^3 \right) = \frac{32}{3} \quad 3 \text{ pist.}$$

4. Pythagoras antaa $L = \sqrt{h^2 + (h/2)^2} = \frac{1}{2}h\sqrt{5}$. Tällöin

$$|AC| = L + \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}h(\sqrt{5} + 1)$$

ja

$$|BC| = L - \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}h(\sqrt{5} - 1). \quad 3 \text{ pist.}$$

Helposti lasketaan, että

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{h}{\frac{1}{2}h(\sqrt{5} + 1)} = \frac{h(\sqrt{5} - 1)}{\frac{1}{2}h(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)} = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

ja

$$\frac{|BC|}{|AB|} = \frac{\frac{1}{2}h(\sqrt{5} - 1)}{h} = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1).$$

Nämä ovat samat, joten tehtävässä väitetty yhtäsuuruus on voimassa. 3 pist.

