TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 26.5.2004 — Sarja A

Merkitse jokaiseen koepaperiin nimesi, hakijanumerosi ja tehtäväsarjan kirjain. Laske jokainen tehtävä siististi omalle sivulleen. Perustele lyhyesti käyttämäsi kaavat.

A1 Jalkapallomaalivahti antaa maalipotkun siten, että pallo saa lähtönopeuden 23 m/s. Kuinka suurella korotuskulmalla maalivahdin on potkaistava palloa, jotta se lentää ilmassa suoraan keskikenttäpelaajan jalkaan, joka sijaitsee etäisyydellä 51 m pallon lähtöpaikasta? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.

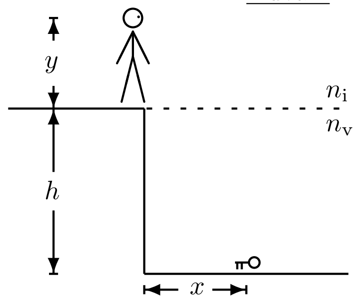
A2 Lasse (massa 55 kg) laskee suksilla mäkeä, jonka pituus on 45 m ja kaltevuuskulma horisonttitasoon nähden on 17°. Lassen suksien ja lumen välinen liukukitkakerroin on 0,16. Ilman ja lumen lämpötila on 0 °C.
a) Kuinka suuri on Lassen nopeus mäen alla, kun hän lähtee liikkeelle levosta? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.
b) Kuinka pitkän matkan Lasse liukuu vielä mäen alla olevalla vaakasuoralla tasaisella osuudella?
c) Kuinka paljon lunta voi sulaa enintään Lassen suksien alla?

A3 Vedessä syvyydellä 56 m olevan sukeltajan happilaitteesta lähtee kaasukupla, jonka säde on 5,0 mm. Vedenpinnassa veden lämpötila on 19 °C ja sukeltajan syvyydellä 11 °C.
a) Kuinka suuri paine on happilaitteesta lähtevän kaasukuplan sisällä? Perustele. (2 p.)
b) Kuinka suuri on kaasukuplan säde juuri ennen vedenpintaa? (4 p.)

A4 Kaksi hehkulamppua, joiden resistanssit ovat $R_1 = R_2 = 1{,}3\ \Omega$, kytketään paristoon, jonka napajännite on $U = 1{,}5$ V. Oleta, että lamppujen resistanssit ja pariston napajännite ovat vakioita.
a) Perustele, miten hehkulamput on kytkettävä pariston kanssa, jotta ne palavat mahdollisimman kirkkaasti. Piirrä kytkentä. (4 p.)
b) Laske tehohäviö toisessa hehkulampuista, kun lampun kirkkaus on mahdollisimman suuri. (2 p.)

A5 Olet pudottanut kotiavaimesi reunojaan myöten täynnä olevaan uima-altaaseen (ks. Kuva 1). Kun seisot altaan reunalla, avaimesi näkyvät altaan pohjalla suunnassa, joka on 58,0° horisonttitason alapuolella. Silmäsi ovat korkeudella $y = 1{,}62$ m altaan reunasta ja uima-altaan syvyys on $h = 3{,}00$ m.
a) Näetkö avaimesi olevan todellista lähempänä vai kauempana altaan seinämästä? Piirrä kuva. (2 p.)
b) Laske avaimiesi etäisyys x altaan seinämästä. (4 p.)

Kuva 1



A6 Radioaktiivista suolaliuosta säilytetään alumiinisessa suljetussa astiassa, jonka seinämän paksuus on 3,0 cm. Radioaktiivinen isotooppi on ^{22}Na, joka hajoaa β^+-hajoamisella. Syntynyt tytärydin on hajoamistapahtuman jälkeen virittyneessä tilassa ja se lähettää perustilaan siirtyessään gammafotonin, jonka energia on 1,28 MeV. Säteilyilmaisimella mitataan astian ulkopuolella hajoamisprosessista $22 \cdot 10^6$ havaintoa sekunnissa. Kuinka kauan suolaliuosta on säilytettävä, ennenkuin se voidaan kerralla kaataa viemäriverkkoon, jos viemäriverkkoon kerralla kaadettavan nesteen suurin sallittu aktiivisuus on 15 MBq. Oleta, että säteily kulkee kohtisuorasti astian seinämän läpi.

VAKIOITA:

Absoluuttinen nollapiste	T_0	$= -273{,}15$ °C
Alumiinin matkavaimennuskerroin	μ_{Al}	$= 22{,}8\ \mathrm{m}^{-1}$
Avogadron vakio	N_A	$= 6{,}0221 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Ilman moolimassa	M_i	$= 29{,}0\ \mathrm{g\,mol}^{-1}$
Ilman taitekerroin	n_i	$= 1{,}00$
Jään (lumen) ominaislämpökapasiteetti	c_j	$= 2{,}10\ \mathrm{kJ\,kg^{-1}K^{-1}}$
Jään (lumen) sulamislämpö	L_s	$= 333\ \mathrm{kJ\,kg}^{-1}$
^{22}Na:n puoliintumisaika	$T_{1/2}$	$= 2{,}6$ a
Normaali ilmanpaine	p_0	$= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
Planckin vakio	h	$= 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ Js
Putoamisliikkeen kiihtyvyys	g	$= 9{,}807\ \mathrm{m\,s}^{-2}$
Valon nopeus tyhjiössä	c	$= 2{,}998 \cdot 10^8\ \mathrm{m\,s}^{-1}$
Veden ominaislämpökapasiteetti	c_v	$= 4{,}19\ \mathrm{kJ\,kg^{-1}K^{-1}}$
Veden taitekerroin	n_v	$= 1{,}33$
Veden tiheys	ρ_v	$= 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\,m}^{-3}$
Yleinen kaasuvakio	R	$= 8{,}3145\ \mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$

suure, laki	yksikkö	kaava
Paikka ($\vec{\mathbf{a}}$ vakio)	m	$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 + \vec{\mathbf{v}}_0 t + \frac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2$
Nopeus ($\vec{\mathbf{a}}$ vakio)	m/s	$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_0 + \vec{\mathbf{a}}t$
Liikemäärä	kgm/s	$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$
		$p = \frac{E}{c}$
Voiman impulssi	Ns	$\vec{\mathbf{I}} = \vec{\mathbf{F}}\Delta t$
Liikeyhtälö		$\sum \vec{\mathbf{F}}_i = m\vec{\mathbf{a}}$
Liikekitkavoima	N	$F_\mu = \mu N$
Vääntömomentti	Nm	$\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Hitausmomentti	kgm^2	$J = \sum m_i r_i^2$
Magneettinen voima	N	$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$
Työ	J	$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}}$
Energia	J	$E_p = mgh$
		$E_k = \frac{1}{2}mv^2$
		$E = hf$
		$E = mc^2$
		$E = \frac{1}{2}CU^2$
Lämpömäärä	J	$Q = cm\Delta T$
		$Q = Lm$
Teho	W	$P = \frac{W}{\Delta t}$
		$P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$
		$P = UI$
Sähkökentän voimakkuus	V/m	$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}$
Jännite (E vakio)	V	$U = Ed$
(R vakio)		$U = RI$
		$U = \frac{Q}{C}$

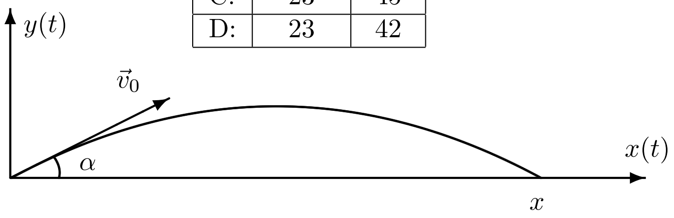
suure, laki	yksikkö	kaava
Kapasitanssi	F	$C = \epsilon\frac{A}{d}$
(tapaus 1)		$C = \sum C_i$
(tapaus 2)		$C^{-1} = \sum {C_i}^{-1}$
Resistanssi	Ω	$R = \varrho\frac{\ell}{A}$
(tapaus 1)		$R = \sum R_i$
(tapaus 2)		$R^{-1} = \sum {R_i}^{-1}$
Magneettikentän voimakkuus	A/m	$\vec{\mathbf{H}} = \frac{\vec{\mathbf{B}}}{\mu}$
Magneettivuo	Wb	$\Phi = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$
Tiheys	kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$
Ainemäärä	mol	$n = \frac{m}{M}$
Paine	Pa	$p = \frac{F}{A}$
		$p = \rho gh$
Ideaalikaasulaki		$pV = nRT$
Aallon nopeus	m/s	$v = f\lambda$
		$v = \frac{c}{n}$
Taittuminen		$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$
Hilayhtälö		$d\sin\alpha = m\lambda$
Jaksonaika	s	$T = \frac{1}{f}$
Aktiivisuus	Bq	$A = A_0 e^{-\lambda t}$
Puoliintumisaika	s	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
Heikennyslaki		$I = I_0 e^{-\mu x}$
Trigonometriaa		$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
		$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
		$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 26.5.2004, malliratkaisut.

1 Jalkapallomaalivahti antaa maalipotkun siten, että pallo saa lähtönopeuden 23 m/s. Kuinka suurella korotuskulmalla maalivahdin on potkaistava palloa, jotta se lentää ilmassa suoraan keskikenttäpelaajan jalkaan, joka sijaitsee etäisyydellä 51 m pallon lähtöpaikasta? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.

Alkuarvot:

	v_0 (m/s)	x (m)
A:	23	51
B:	23	48
C:	23	45
D:	23	42



Liike on tasaisesti kiihtyvää y-suunnassa ja tasaista x-suunnassa, jolloin

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}at^2 & (*) \\ x(t) = x_0 + v_{x0}t, & \end{cases}$$

missä valitaan $y_0 = 0$ ja $x_0 = 0$ ja missä

$$\begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{y0} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ja

$$\begin{cases} a = -g & \\ y(t) = 0. & (*) \end{cases}$$

Ratkaisemalla molemmista yhtälöistä t

$$\begin{cases} (t = 0 \quad \text{tai}) \quad t = \frac{2v_{y0}}{g} & (*) \\ t = \frac{x}{v_{x0}} & \end{cases}$$

saadaan aika t eliminoitua

$$\frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad 2 \sin\alpha \cos\alpha = \frac{gx}{v_0^2}.$$

Trigonometrista $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$, joten

$$\sin 2\alpha = \frac{gx}{v_0^2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{gx}{v_0^2}\right).$$

Oikeat vastaukset:

	α (°)	trk+1 (°)	−1% (°)	+1% (°)	α (rad)	trk+1 (rad)	−1% (rad)	+1% (rad)
A:	35	35,5	35,1	35,9	0,62	0,620	0,613	0,627
B:	31	31,4	31,0	31,8	0,55	0,549	0,543	0,555
C:	28	28,3	28,0	28,6	0,49	0,493	0,488	0,498
D:	26	25,6	25,3	25,9	0,45	0,446	0,441	0,451

Tapa 2: Ratkaistaan aika t jommasta kummasta yhtälöstä ja sijoitetaan se toiseen yhtälöön. Esim.

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{x0}t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_{x0}} \\ y(t) = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}at^2 = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0. \end{cases}$$

Sijoittamalla aika t jälkimmäiseen yhtälöön

$$v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \sin\alpha \cos\alpha = \frac{gx}{v_0^2}.$$

Tapa 3: Muuten samalla tavalla, mutta $(*)$:llä merkityt kohdat korvautuvat kaavoilla

$$\begin{aligned} v_y(t) &= v_{y0} + at \\ v_y(t) &= 0 \quad \text{lakipisteessä} \\ t &= 2 \cdot \frac{v_{y0}}{g} \end{aligned}$$

Huom: On olemassa toinenkin ratkaisu: jos α on ratkaisu, niin $(90° - \alpha)$ on myös ratkaisu (fysikaalinen), koska $\sin\alpha \cos\alpha = \cos(90° - \alpha) \sin(90° - \alpha)$. Toista ratkaisua ei vaadita täysiin pisteisiin.

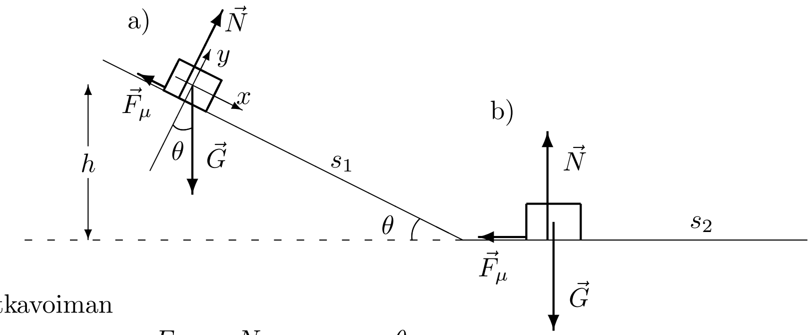
TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 26.5.2004, malliratkaisut.

2 Lasse (massa 55 kg) laskee suksilla mäkeä, jonka pituus on 45 m ja kaltevuuskulma horisonttitasoon nähden on 17°. Lassen suksien ja lumen välinen liukukitkakerroin on 0,16. Ilman ja lumen lämpötila on 0 °C.
a) Kuinka suuri on Lassen nopeus mäen alla, kun hän lähtee liikkeelle levosta? Ilmanvastusta ei oteta huomioon.
b) Kuinka pitkän matkan Lasse liukuu vielä mäen alla olevalla vaakasuoralla tasaisella osuudella?
c) Kuinka paljon lunta voi sulaa enintään Lassen suksien alla?

Alkuarvot:

	m (kg)	s_1 (m)	θ (°)	μ (–)	T (K)
A-D:	55	45	17	0,16	273,15

Lassea kuvaava voimakuvio a-kohdassa ja b-kohdassa.



a) (**max 2p**) Kitkavoiman

$$F_\mu = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

tekemä työ matkalla s_1 on

$$W_\mu = \vec{F}_\mu \cdot \vec{s}_1 = -F_\mu s_1 = -\mu mg\cos\theta\, s_1.$$

Liike-energian muutos on sama kuin ulkoisten voimien tekemä työ (tai $\Delta K = W_g + W_\mu = -\Delta U + W_\mu$ tai $K_a + U_a + W = K_l + U_l$) tai

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) = -(0 - mgh) + W_\mu,$$

ja koska $h = s_1 \sin\theta$, saadaan nopeudelle lauseke

$$v = \sqrt{2gs_1(\sin\theta - \mu\cos\theta)} = 11 \text{ m/s}.$$

Trk+1 11,1 m/s ja virherajat 10,9–11,3 m/s.

b) (**max 2p**) Liike-energian muutos on sama kuin kitkavoiman $F_\mu = \mu mg$ tekemä **työ** tasaisella matkalla s_2, joten

$$\Delta K = \left(0 - \frac{1}{2}mv^2\right) = -\mu mg\, s_2 \qquad \Rightarrow \qquad s_2 = \frac{v^2}{2\mu g} = 39 \text{ m}.$$

Trk+1 39,2 m ja virherajat 38,8–39,6 m.

c) (**max 2p**) Lumen sulatukseen käytettävissä oleva energia on $\Delta E = E_{\text{alussa}} - E_{\text{lopussa}}$ eli

$$\Delta E = (mgh - 0) = m_{\text{lumi}} L_{\text{s}} \qquad \Rightarrow \qquad m_{\text{lumi}} = \frac{mgh}{L_{\text{s}}} = \frac{mgs_1\sin\theta}{L_{\text{s}}} = 21 \text{ g}.$$

Trk+1 21,3 g ja virherajat 21,0–21,6 g.

a) **Tapa 2:**
$$\begin{cases} s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \overset{v_0=0}{\Rightarrow} t = \sqrt{\frac{2(s-s_0)}{a}} = \sqrt{\frac{2s_1}{a}} \\ v(t) = v_0 + at \overset{v_0=0}{=} a\sqrt{\frac{2s_1}{a}} = \sqrt{2s_1 a} \end{cases}$$

Newton II (dynamiikan peruslaki):

$$a = \frac{F}{m} = \frac{G_x - F_\mu}{m} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

ja oikea vastaus.

b) **Tapa 2:**
$$\begin{cases} v(t) = v_0 + at = 0 \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a} \\ s_2(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \overset{s_0=0}{=} -\frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}a\left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 \overset{v_0=v}{=} -\frac{1}{2}\frac{v^2}{a} \end{cases}$$

Newton II (dynamiikan peruslaki):

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{F_\mu}{m} = -\mu g$$

ja oikea vastaus.

c) **Tapa 2:** Kitkavoimien tekemä **työ** voidaan käyttää lumen sulattamiseen, eli

$$(\mu mg\cos\theta\, s_1 + \mu mg\, s_2) = m_{\text{lumi}} L_{\text{s}} \qquad \Rightarrow \qquad m_{\text{lumi}} = \frac{mg\mu(s_1\cos\theta + s_2)}{L_{\text{s}}}$$

ja oikea vastaus.

3 Vedessä syvyydellä 56 m olevan sukeltajan happilaitteesta lähtee kaasukupla, jonka säde on 5,0 mm. Vedenpinnassa veden lämpötila on 19 °C ja sukeltajan syvyydellä 11 °C.
a) Kuinka suuri paine on happilaitteesta lähtevän kaasukuplan sisällä? Perustele. (2 p.)
b) Kuinka suuri on kaasukuplan säde juuri ennen vedenpintaa? (4 p.)

Alkuarvot:

	h (m)	r_2 (mm)	T_1 (°C)	T_1 (K)	T_2 (°C)	T_2 (K)
A:	56	5,0	19	292,15	11	284,15
B:	48	4,5	19	292,15	11	284,15
C:	52	4,0	19	292,15	11	284,15
D:	44	3,5	19	292,15	11	284,15

a) (**max 2p**) Paine vedessä syvyydellä h on

$$p_2 = p_1 + \rho g h = p_0 + \rho_{\mathrm{v}} g h = 1{,}013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} + \rho_{\mathrm{v}} g h.$$

<u>Oikeat vastaukset</u>:

	p_2 (10^5 Pa)	trk+1 (10^5 Pa)	–1% (10^5 Pa)	+1% (10^5 Pa)
A:	6,5	6,50	6,43	6,57
B:	5,7	5,72	5,66	5,78
C:	6,1	6,11	6,04	6,18
D:	5,3	5,33	5,27	5,39

b) (**max 4p**) Voidaan olettaa, että kaasu <u>käyttäytyy kuten ideaalikaasu</u> (<u>Voidaan käyttää ideaalikaasulakia</u>), jolloin

$$nRT = pV \quad \Rightarrow \quad nR = \frac{pV}{T} = \underline{\text{vakio}} \quad \text{tai} \quad \underline{\text{ideaalikaasulaista seuraa}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}.$$

Kuplan tilavuus on $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, joten

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3.$$

Tällöin

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2},$$

josta saadaan, kun $p_1 = p_0$,

$$r_1 = r_2 \sqrt[3]{\frac{p_2 T_1}{p_0 T_2}}.$$

<u>Oikeat vastaukset</u>:

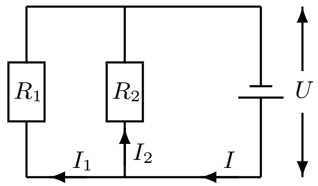
	r_1 (mm)	trk+1 (mm)	–1% (mm)	+1% (mm)
A:	9,4	9,38	9,28	9,48
B:	8,1	8,09	8,00	8,18
C:	7,3	7,35	7,27	7,43
D:	6,1	6,14	6,07	6,21

4 Kaksi hehkulamppua, joiden resistanssit ovat $R_1 = R_2 = 1{,}3\ \Omega$, kytketään paristoon, jonka napajännite on $U = 1{,}5$ V. Oleta, että lamppujen resistanssit ja pariston napajännite ovat vakioita.
a) Perustele, miten hehkulamput on kytkettävä pariston kanssa, jotta ne palavat mahdollisimman kirkkaasti. Piirrä kytkentä. (4 p.)
b) Laske tehohäviö toisessa hehkulampuista, kun lampun kirkkaus on mahdollisimman suuri. (2 p.)

Alkuarvot:

	$R_1 = R_2 \equiv R$ (Ω)	U (V)
A:	1,3	1,5
B:	1,6	1,5
C:	1,9	1,5
D:	2,2	1,5

a) (**max 4p**) Suurempi tehonkulutus $\Rightarrow$ palaa kirkkaammin.
Kuva. Lamput rinnan.



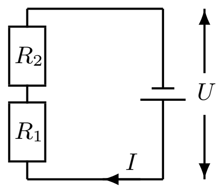
Rinnankytkennän ekvivalentti resistanssi on

$$R_{\mathrm{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{1}{2}R.$$

Tehonkulutus on

$$P_{\mathrm{rinnan}} = UI = U\frac{U}{R_{\mathrm{eq}}} = 2\frac{U^2}{R}.$$

Kuva. Lamput sarjassa.



Sarjaankytkennän ekvivalentti resistanssi on

$$R_{\mathrm{eq}} = R_1 + R_2 = 2R.$$

Tehonkulutus on

$$P_{\mathrm{sarjassa}} = UI = U\frac{U}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{2}\frac{U^2}{R}.$$

Koska $P_{\mathrm{sarjassa}} < P_{\mathrm{rinnan}}$, niin tehonkulutus on rinnankytkennässä suurempi, jolloin lamputkin palavat kirkkaimmin.

Lukuarvoilla:

	P_{rinnan} (W)	P_{sarjassa} (W)
A:	3,46	0,87
B:	2,81	0,70
C:	2,37	0,59
D:	2,05	0,51

b) (**max 2p**) Kirchhoffin säännöistä rinnankytketyille lampuille

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ U - I_2R_2 = 0 \\ U - I_1R_1 = 0 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad I_1 = \tfrac{U}{R_1} = \tfrac{U}{R}$$

ja tehonkulutus

$$P_1 = UI_1 = \frac{U^2}{R}$$

Oikeat vastaukset. Sama tulos lampulle 2.

	P_1 (W)	trk+1 (W)	−1% (W)	+1% (W)
A:	1,7	1,73	1,71	1,75
B:	1,4	1,41	1,39	1,43
C:	1,2	1,18	1,16	1,20
D:	1,0	1,02	1,00	1,04

b) **Tapa 2:** Symmetrian ($R_1 = R_2$) perusteella

$$I_1 = \frac{1}{2}I = \frac{1}{2}\frac{U}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{2}2\frac{U}{R} = \frac{U}{R} \quad\Rightarrow\quad P_1 = UI_1 = \frac{U^2}{R}$$

ja oikea vastaus.

b) **Tapa 3:** Symmetrian ($R_1 = R_2$) perusteella

$$P_1 = \frac{1}{2}P_{\mathrm{rinnan}} = \frac{U^2}{R}$$

ja oikea vastaus.

b) **Tapa 4:** Koska U on sama rinnankytkennässä, niin

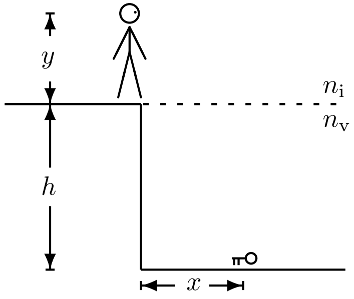
$$P_1 = UI_1 = U\frac{U}{R_1} = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2}{R}$$

ja oikea vastaus.

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 26.5.2004, malliratkaisut.

5 Olet pudottanut kotiavaimesi reunojaan myöten täynnä olevaan uima-altaaseen (ks. Kuva 1). Kun seisot altaan reunalla, avaimesi näkyvät altaan pohjalla suunnassa, joka on 58,0° horisonttitason alapuolella. Silmäsi ovat korkeudella $y = 1{,}62$ m altaan reunasta ja uima-altaan syvyys on $h = 3{,}00$ m.
a) Näetkö avaimesi olevan todellista lähempänä vai kauempana altaan seinämästä? Piirrä kuva. (2 p.)
b) Laske avaimiesi etäisyys x altaan seinämästä. (4 p.)

Kuva 1

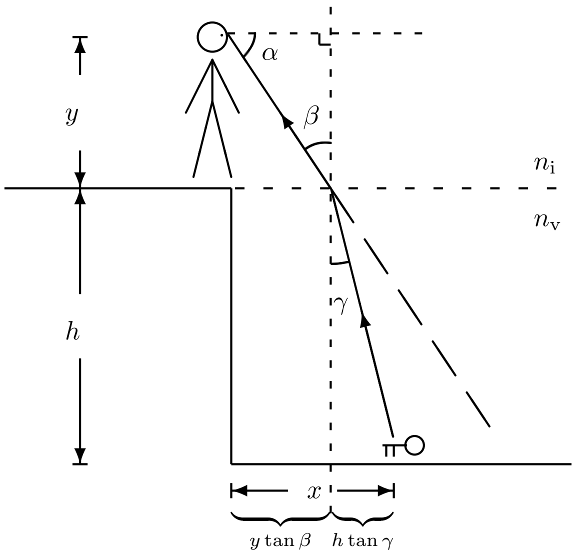


Alkuarvot:

	α (°)	n_i (–)	n_v (–)	y (m)	h (m)
A:	58,0	1,00	1,33	1,62	3,00
B:	58,0	1,00	1,33	1,62	3,20
C:	58,0	1,00	1,33	1,77	3,20
D:	58,0	1,00	1,33	1,77	3,50

a) (**max 2p**)

Kuva



Avaimet näyttävät olevan todellista kauempana.

b) (**max 4p**) Veden ja ilman rajapinnalla valonsäde taittuu normaalista poispäin. Snellin laki (tai taittumislaki) antaa

$$n_v \sin\gamma = n_i \sin\beta.$$

Kuvasta nähdään taittumiskulma

$$\beta = 90° - \alpha = 32{,}0° \ (0{,}55851 \text{ rad}).$$

Tulokulma on nyt

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_v}\sin\beta\right) = 23{,}480° \ (0{,}42751 \text{ rad}).$$

Matka x saadaan kuvasta käyttämällä trigonometriaa

$$x = y\tan\beta + h\tan\gamma.$$

Oikeat vastaukset:

	x (m)	trk+1 (m)	–1% (m)	+1% (m)
A:	2,32	2,316	2,292	2,340
B:	2,40	2,402	2,377	2,427
C:	2,50	2,496	2,471	2,521
D:	2,63	2,626	2,599	2,653

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 26.5.2004, malliratkaisut.

6 Radioaktiivista suolaliuosta säilytetään alumiinisessa suljetussa astiassa, jonka seinämän paksuus on 3,0 cm. Radioaktiivinen isotooppi on ^{22}Na, joka hajoaa β^+-hajoamisella. Syntynyt tytärydin on hajoamistapahtuman jälkeen virittyneessä tilassa ja se lähettää perustilaan siirtyessään gammafotonin, jonka energia on 1,28 MeV. Säteilyilmaisimella mitataan astian ulkopuolella hajoamisprosessista $22{\cdot}10^6$ havaintoa sekunnissa. Kuinka kauan suolaliuosta on säilytettävä, ennenkuin se voidaan kerralla kaataa viemäriverkkoon, jos viemäriverkkoon kerralla kaadettavan nesteen suurin sallittu aktiivisuus on 15 MBq. Oleta, että säteily kulkee kohtisuorasti astian seinämän läpi.

Alkuarvot:

	x (cm)	E (MeV)	A (MBq)	A' (MBq)	μ_{Al} (m^{-1})	$T_{1/2}$ (a)
A-D:	3,0	1,28	22	15	22,8	2,6

Astian ulkopuolella mitataan hajoamistapahtumasta havaintoja sekunnissa (heikennyslaki)

$$A = A_0 e^{-\mu x},$$

missä A_0 on lähteen aktiivisuus, joka pienenee eksponenttiaalisesti myös ajan t funktiona (hajoamislaki)

$$A'(t) = A_0 e^{-\lambda t},$$

missä hajoamisvakio λ saadaan puoliintumisajasta

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Halutaan tietää ajanhetki t, jolloin näytteen aktiivisuus $A' \leq 15$ MBq, kun mittaushetkellä astian ulkopuolella havaitaan $A = 22$ MBq. Koska β-säteily ei kulje kuoren läpi, niin kuoren ulkopuolella havaitaan vain γ-säteilyä, ja tällöin A_0 on sama heikennys- ja hajoamisyhtälöissä, joten

$$A' = \frac{A}{e^{-\mu x}} e^{-\lambda t} = A e^{\mu x - \lambda t} \quad \Rightarrow \quad \frac{A'}{A} = e^{\mu x - \lambda t}$$

ja ottamalla puolittain ln() saadaan

$$\ln \frac{A'}{A} = \mu x - \lambda t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\lambda}\left(\mu x - \ln \frac{A'}{A}\right) = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}\left(\mu_{\mathrm{Al}} x - \ln \frac{A'}{A}\right) = 4{,}0 \text{ a}$$

Trk+1 4,00 a ja virherajat 3,96–4,04 a.

Huom: Hajoamislaki voidaan esittää myös muodossa

$$A'(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}},$$

joka on sama kuin kaavakokoelmassa esiintyvä kaava:

$$A'(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}} = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\lambda t/\ln 2} = A_0 \left(\frac{1}{e^{\ln 2}}\right)^{\lambda t/\ln 2} = A_0 \left(e^{\ln 2}\right)^{-\lambda t/\ln 2} = A_0 e^{-\lambda t}.$$