

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 31.5.2006, malliratkaisut ja arvostelu.

1 Linja-autoon on suunniteltu vauhtipyörä, johon osa linja-auton liike-energiasta siirtyy jarrutuksen aikana. Tätä energiaa käytetään hyväksi kun linja-autoa taas kiihdytetään. Linja-auto, jonka nopeus on 41 km/h, jarruttaa ja pysähtyy pysäkille. Laske vauhtipyörän kulmanopeus jarrutuksen päätyttyä, jos sen pyörimisnopeus ennen jarrutusta oli 110 kierrosta minuutissa ja 72 % linja-auton alkuperäisestä liike-energiasta saadaan siirrettyä vauhtipyörän liike-energiaksi. Vauhtipyörän hitausmomentti on  $26,0 \text{ kgm}^2$  ja linja-auton massa  $18500 \text{ kg}$ .

- Tehtävän tarkkuus on kaksi numeroa.
- Tehtävässä ei ole perustelupisteitä.

Alkuarvot:

	A	B	C	D
$v_0$ (km/h)	41	45	43	48
$v_0$ (m/s)	11,39	12,50	11,94	13,33
$m$ (kg)	18500	16500	14500	12500

72 % linja-auton alkuperäisestä liike-energiasta saadaan siirrettyä vauhtipyörän liike-energiaksi:

$$0,72 \cdot \Delta E_k = -\Delta E_r,$$

missä

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta E_r = \frac{1}{2}J\omega_f^2 - \frac{1}{2}J\omega_0^2.$$

Vauhtipyörän kulmanopeus ennen jarrutusta:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot \frac{110}{60} \text{ rad s}^{-1} = 11,52 \text{ rad s}^{-1}.$$

Vauhtipyörän lopullinen kulmanopeus:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{0,72 \cdot mv_0^2 + J\omega_0^2}{J}}.$$

Oikea vastaus.

	$\omega_f$ (rad s <sup>-1</sup> )	trk+1 (rad s <sup>-1</sup> )	-1% (rad s <sup>-1</sup> )	+1% (rad s <sup>-1</sup> )	(kierr./min)
A:	260	258	255	261	2460
B:	270	267	264	270	2550
C:	240	240	237	243	2290
D:	250	248	245	251	2370

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 31.5.2006, malliratkaisut ja arvostelu.

- 2 Heliumtättyisen kaasupallon tulee kantaa 291 kg kuorma, eli pallon lentäjä, pallokangas ja varusteet. Palloa ympäröivän ilman lämpötila on 11,0 °C ja paine 102,2 kPa. Laske tarvittavan heliumin massa pallon nostamiseksi maasta, kun heliumin lämpötila ja paine ovat samat kuin ympäröivällä ilmalla.

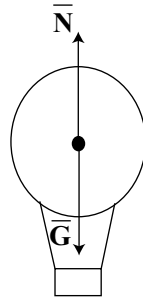
Alkuarvot:

	$m_P$ (kg)	$M_i$ (g mol <sup>-1</sup> )	$M_{\text{He}}$ (g mol <sup>-1</sup> )	$p_i$ (kPa)	$T_i$ (°C)
A-D:	291	29,0	4,00	102,2	11,0

Kaasupallon irrotessa maasta ylöspäin vetävä voima on suurempi kuin alaspäin vetävä. Dynamiikan peruslaista seuraa rajatapauksessa:

$$\sum_i F_i = N - G = \rho_i V g - (m_P + m_{\text{He}})g = 0$$

$$\Rightarrow m_P + m_{\text{He}} = \rho_i V.$$



Voimakuvio

Ideaalikaasulaista seuraa ilman tiheydelle

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} = \frac{p_i M_i}{RT_i}.$$

Pallon tilavuus ideaalikaasulaista:

$$V = \frac{m_{\text{He}} RT_i}{M_{\text{He}} p_i}.$$

Yhdistämällä

$$m_P + m_{\text{He}} = \frac{p_i M_i}{RT_i} \frac{m_{\text{He}} RT_i}{M_{\text{He}} p_i} = \frac{M_i}{M_{\text{He}}} m_{\text{He}}$$

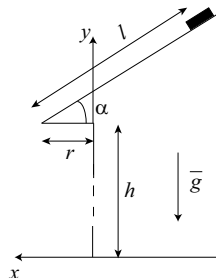
$$\Rightarrow m_{\text{He}} = \frac{m_P}{\frac{M_i}{M_{\text{He}}} - 1}.$$

Oikea vastaus

	$m_{\text{He}}$ (kg)	trk+1 (kg)	-1% (kg)	+1% (kg)
A-D:	46,6	46,56	46,56	47,03

- Tehtävän tarkkuus on kolme numeroa.

3 Jääpala lähtee levosta liukumaan pitkin kitkatonta kaltevaa peltikattoa etäisyydeltä  $l = 2,50$  m räystäältä. Katon kaltevuuskulma on  $\alpha = 32,0^\circ$  ja räystääs on korkeudella  $h = 10,0$  m (Kuva 1).



Kuva 1

a) Kuinka suurella ja minkä suuntaisella nopeudella jääpala iskeytyy katuun? (4 p.)

b) Kuinka kaukana seinästä jääpala osuu katuun, kun räystääs ulottuu etäisyydelle  $r = 0,400$  m seinästä? (2 p.)

Alkuarvot:

	$l$ (m)	$\alpha$ ( $^\circ$ )	$h$ (m)	$r$ (m)
A	2,50	32,0	10,0	0,400
B	2,50	32,0	12,5	0,400
C	2,50	32,0	15,0	0,400
D	2,50	32,0	17,5	0,400

a) (Tapa 1 max 4p)

Jääpalan nopeus räystäällä: Mekaaninen energia säilyy:

$$\Delta E_p = \Delta E_k \Rightarrow mgl \sin \alpha = \frac{1}{2}mv_r^2 \Rightarrow v_r = \sqrt{2gl \sin \alpha} = 5,0975 \text{ m/s.}$$

Nopeuden komponentit räystäällä:

$$\begin{aligned} v_{rx} &= v_r \cos \alpha = 4,323 \text{ m/s} \\ v_{ry} &= -v_r \sin \alpha = -2,701 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

$x$ -suunnassa tasainen liike tai  $v_x = \text{vakio}$ :  $v_{kx} = v_{rx}$ ,

$y$ -suunnassa tasaisesti kiihtyvä liike:

$$\left. \begin{aligned} v_{ky} &= v_{ry} - gt \\ -h &= v_{ry}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{ky} = -\sqrt{v_{ry}^2 + 2gh}.$$

Nopeuden suuruus jääpalan iskeytyessä katuun

$$v_k = \sqrt{v_{kx}^2 + v_{ky}^2},$$

nopeuden suunta  $x$ -akselista  $\beta = \arctan(v_{ky}/v_{kx})$ .

Oikea vastaus.

	$v_k$ (m/s)	trk+1 (m/s)	-1% (m/s)	+1% (m/s)	$\beta$ ( $^\circ$ )	trk+1 ( $^\circ$ )	-1% ( $^\circ$ )	+1% ( $^\circ$ )	$v_{kx}$ (m/s)	$v_{ky}$ (m/s)
A:	14,9	14,90	14,75	15,05	73,1	73,14	72,40	73,88	4,32	-14,3
B:	16,5	16,47	16,30	16,64	74,8	74,78	74,03	75,53	4,32	-15,9
C:	17,9	17,89	17,71	18,07	76,0	76,02	75,25	76,79	4,32	-17,4
D:	19,2	19,22	19,02	19,42	77,0	77,00	76,23	77,77	4,32	-18,7

b) (max 2p)

$x$ -suunnassa tasainen liike tai  $v_x = \text{vakio}$

$$x = r + v_{rx}t \quad \text{a) - kohdasta : } t = \frac{|v_{ky} - v_{ry}|}{g}$$

Oikea vastaus.

	$x$ (m)	trk+1 (m)	-1% (m)	+1% (m)	$t$ (s)
A:	5,50	5,496	5,441	5,551	1,179
B:	6,21	6,213	6,150	6,276	1,345
C:	6,86	6,863	6,794	6,932	1,495
D:	7,46	7,462	7,387	7,537	1,634

a) Tapa 2:

Dynamiikan peruslaista tai Newton II:sta seuraa jääpalan katonsuuntaiselle kiihtyvyydelle:

$$\sum \vec{F} = \vec{N} + \vec{G} = m\vec{a} \Rightarrow a_r = g \sin \alpha \quad \text{tai} \quad \text{voimakuvio jossa } \vec{N} \text{ ja } \vec{G} \text{ oikein.}$$

Jääpalan liike tasaisesti kiihtyvää:

$$\left. \begin{aligned} v_r &= gt \sin \alpha \\ l &= \frac{1}{2}gt^2 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_r = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

Loppu kuten Tapa 1.

a) Tapa 3:

Alku kuten Tapa 1/Tapa 2:  $v_{rx} = v_r \cos \alpha = \sqrt{2gl \sin \alpha} \cos \alpha$ .

$x$ -suunnassa tasainen liike tai  $v_x = \text{vakio}$ :  $v_{kx} = v_{rx}$ .

Nopeuden suuruus jääpalan iskeytyessä katuun, mekaaninen energia säilyy:

$$mgl \sin \alpha + mgh = \frac{1}{2}mv_k^2 \Rightarrow v_k = \sqrt{2g(l \sin \alpha + h)}.$$

Nopeuden suunta  $x$ -akselista  $\beta = \arccos(v_{kx}/v_k)$ .

•Tehtävän tarkkuus on kolme numeroa.

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 31.5.2006, malliratkaisut ja arvostelu.

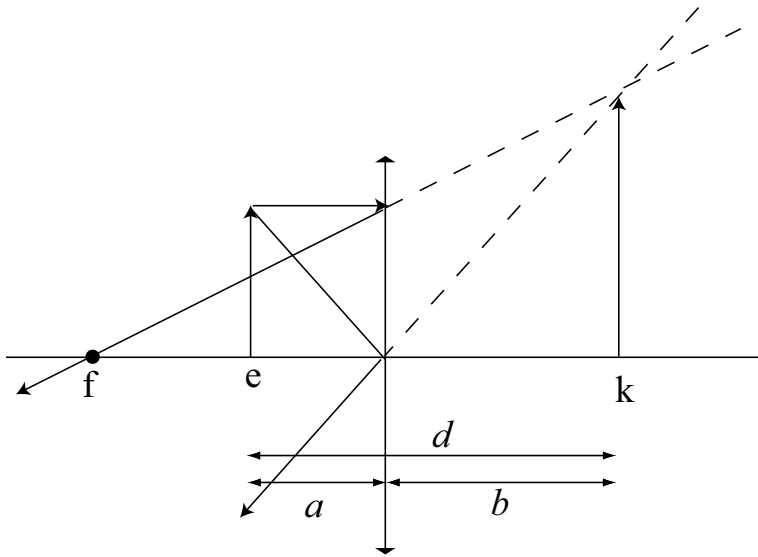
4 Käytettäessä koveraa meikki- tai parranajopeiliä (polttoväli  $f = 34,0$  cm) oikeinpäin oleva suurennettu kuva halutaan 25,0 cm:n päähän kasvoista.

- a) Piirrä kuva siitä, miten peilikuva muodostuu.  
b) Millä etäisyydellä peilistä kasvat tällöin ovat?

Alkuarvot:

	$f$ (cm)	$d$ (cm)
A-D	34,0	25,0

a) (max 3p)



b) (max 3p) Peilin kuvausyhtälö:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Merkkisäännöt:  $f > 0$ ,  $a > 0$  ja  $b < 0$  (tai otettu huomioon kuvausyhtälössä).

Kuvan ja esineen etäisyys

$$d = a + (-b),$$

sijoitus kuvausyhtälöön:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a-d} = \frac{1}{f} \Rightarrow a^2 - (2f+d)a + fd = 0.$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisu:

$$a = \frac{2f+d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2f+d}{2}\right)^2 - fd} = \begin{cases} a_1 = 82,7 \text{ cm} \\ a_2 = 10,3 \text{ cm} \end{cases}$$

Vain  $a_2$  täyttää tehtävän ehdot.

Oikea vastaus.

	$a$ (cm)	trk+1 (cm)	-1% (cm)	+1% (kcm)
A-D:	10,3	10,28	10,17	10,39

- Tehtävän tarkkuus on kolme numeroa.

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 31.5.2006, malliratkaisut ja arvostelu.

5 Sähkökynttelikössä on seitsemän sarjaan kytkettyä hehkulamppua. Kunkin lampun nimellisjännite on 34 V ja nimellisteho 3,0 W.

a) Laske yhden lampun resistanssi. (2 p.)

b) Lamppuista kolme rikkoutuu ja ne korvataan erehdyksessä vääränlaisilla lamppuilla, joiden nimellisjännite on 34 V ja nimellisteho 4,5 W. Kynttelikkö kytketään 230 V:n sähköverkkoon. Laske kunkin alkuperäisen sekä kunkin uuden lampun nyt kuluttama teho. (4 p.)

Alkuarvot:

	$U_i$ (V)	$P_{i1}$ (W)	$P_{i2}$ (W)	$U$ (V)
A	34	3,0	4,5	230
B	34	3,5	5,0	230
C	34	4,0	5,5	230
D	34	4,5	6,0	230

a) (max 2p)

$$P_{i1} = U_i I_i, \quad R_1 = \frac{U_i}{I_i}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{U_i^2}{P_{i1}}$$

Oikea vastaus.

	$R_1$ ( $\Omega$ )	trk+1 ( $\Omega$ )	-1% ( $\Omega$ )	+1% ( $\Omega$ )
A:	390	385	381	389
B:	330	330	326	334
C:	290	289	286	292
D:	260	257	254	260

b) (max 4p)

Uusien lamppujen resistanssi:

$$R_2 = \frac{U_i^2}{P_{i2}}$$

Sarjaan kytkennälle  $R = \sum R_i \Rightarrow R_{kok} = 4R_1 + 3R_2$ .

Sarjaan kytkennässä sama virta kaikkien lamppujen läpi:

$$I = \frac{U}{R_{kok}} = \frac{U}{4R_1 + 3R_2}$$

Lamppujen tehonkulutus:

$$P = UI, \quad U = RI \Rightarrow P = RI^2$$

Alkuperäiset

Uudet

$$P_{f1} = R_1 I^2$$

$$P_{f2} = R_2 I^2$$

Oikeat vastaukset.

	$P_{f1}$ (W)	trk+1 (W)	-1% (W)	+1% (W)	$P_{f2}$ (W)	trk+1 (W)	-1% (W)	+1% (W)
A:	3,8	3,81	3,77	3,85	2,5	2,54	2,51	2,57
B:	4,3	4,30	4,25	4,35	3,0	3,01	2,97	3,05
C:	4,8	4,79	4,74	4,84	3,5	3,48	3,44	3,52
D:	5,3	5,27	5,21	5,33	4,0	3,95	3,91	3,99

• Tehtävän tarkkuus on kaksi numeroa.

TKK, TTY, LTY, OY, ÅA, TY ja VY insinööriosastojen valintakuulustelujen fysiikan koe 31.5.2006, malliratkaisut ja arvostelu.

6 Uraanin fissiona isotoppi  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $m_{\text{U}} = 235,043930$  u) absorboi neutronin ja joutuu epästabiiliin tilaan. Ydin hajoaa nopeasti kahdeksi uudeksi ytimeksi. Eräässä esimerkkireaktiossa syntyvät ytimet ovat  $^{140}_{54}\text{Xe}$  ( $m_{\text{Xe}} = 139,92164$  u) ja  $^{94}_{38}\text{Sr}$  ( $m_{\text{Sr}} = 93,915361$  u).

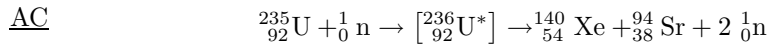
a) Kirjoita tämän reaktion reaktioyhtälö kokonaisuudessaan.

b) Laske ydinpolttoaineesta vapautettavissa oleva energia  $^{235}_{92}\text{U}$ :n massayksikköä kohti [J/kg], mikäli ainoastaan yllä kuvattu fissioreaktio tapahtuisi.

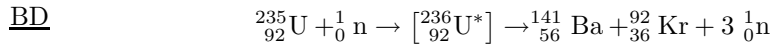
Alkuarvot:

	T1	$m_{\text{T1}}$ (u)	T2	$m_{\text{T2}}$ (u)	$m_{\text{n}}$ (u)
AC	$^{140}_{54}\text{Xe}$	139,92164	$^{94}_{38}\text{Sr}$	93,915361	1,008665
BD	$^{141}_{56}\text{Ba}$	140,9144064	$^{92}_{36}\text{Kr}$	91,9261528	1,008665

a) (max 3p)



tai



b) (max 3p)

Lepomassan muutos yhtä reaktiota kohti. Elektronien massat kumoutuvat.

AC

$$\Delta m = (m_{\text{Xe}} + m_{\text{Sr}} + 2m_{\text{n}}) - (m_{\text{U}} + m_{\text{n}}) = -0,198264 \text{ u}$$

tai

BD

$$\Delta m = (m_{\text{Ba}} + m_{\text{Kr}} + 3m_{\text{n}}) - (m_{\text{U}} + m_{\text{n}}) = -0,186041 \text{ u}$$

Osa massasta muuttuu energiaksi joka vapautuu.

Vapautuva energia  $^{235}_{92}\text{U}$ :n massayksikköä kohti:

$$\frac{E}{m_{\text{U}}} = \frac{\Delta m}{m_{\text{U}}} c^2.$$

Oikea vastaus.

	$E/m_{\text{U}}$ (J/kg)	trk+1 (J/kg)	-1% (J/kg)	+1% (J/kg)
AC:	$7,582 \cdot 10^{13}$	$7,5816 \cdot 10^{13}$	$7,5056 \cdot 10^{13}$	$7,6576 \cdot 10^{13}$
BD:	$7,114 \cdot 10^{13}$	$7,1141 \cdot 10^{13}$	$7,0421 \cdot 10^{13}$	$7,1861 \cdot 10^{13}$

•Tehtävän tarkkuus on neljä numeroa.