Matematiikka | Tehtävä 1.

a) [1 p.] Yhtälö $x^2 - 10x + 9 = 0$ toteutuu jos ja vain jos $x = 1$ tai $x = 9$.

b) [1 p.] Yhtälö $\frac{x}{2} - \frac{4}{7} = 3$ toteutuu jos ja vain jos $x = 7\frac{1}{7}$.

c) [1 p.] Funktion $f(x) = 7x^2 + 3x$ derivaattafunktio on $f'(x) = 14x + 3$.

d) [1 p.] Epäyhtälö $\frac{x}{2} : \frac{4}{7} > 3$ toteutuu jos ja vain jos $x > 3\frac{3}{7}$.

e) [1 p.] Yhtälö $\sin(x) = a$ toteutuu, jos ja vain jos $x = \frac{\pi}{3} + n \cdot 2\pi$ tai $x = \frac{2\pi}{3} + n \cdot 2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

f) [1 p.] Yksikään reaaliluku x ei toteuta yhtälöä $|x + 1| = x$.

Matematiikka | Tehtävä 2.

a) [3 p.] Koko nurmikon pinta-ala on $15 \cdot 10\ \mathrm{m}^2 = 150\ \mathrm{m}^2$. Ensimmäisen kierroksen jälkeen jokaiselta sivulta on leikattu $0,5$ m. Näin ollen leveyssuunnassa on leikattu yhteensä 1 m ja pituussunnassa on leikattu yhteensä 1 m. Leikkaamattoman alueen pinta-ala on $(15 - 1) \cdot (10 - 1)\ \mathrm{m}^2 = 126\ \mathrm{m}^2$ ja leikatun alueen pinta-alan suhde koko nurmikon pinta-alaan on

$$\frac{150\ \mathrm{m}^2 - 126\ \mathrm{m}^2}{150\ \mathrm{m}^2} = 0,16 = 16\%.$$

Vastaus: Ensimmäisen täyden kierroksen jälkeen insinööri on leikannut 16% koko nurmikon pinta-alasta.

b) [3 p.] Jokaisella kierroksella sekä pituudesta että leveydestä leikataan pois 1 m. Kun on leikattu tasan n kierrosta, pituussuunnassa on leikkaamatta $(15 - n)$ m ja leveyssuunnassa on leikkaamatta $(10 - n)$ m. Näin ollen leikatun pinta-alan lauseke on

$$A(n) = 150\ \mathrm{m}^2 - (15 - n)(10 - n)\ \mathrm{m}^2 = 150\ \mathrm{m}^2 - 150\ \mathrm{m}^2 + (25n - n^2)\ \mathrm{m}^2 = (25n - n^2)\ \mathrm{m}^2.$$

Olkoon $P(n)$ leikatun alueen pinta-alan suhde koko nurmikon pinta-alaan. Nyt $P(n) = \frac{A(n)}{150\ \mathrm{m}^2}$. Ratkaistaan epäyhtälö

$$\frac{25n - n^2}{150} \geq \frac{1}{2}.$$

Koska

$$\begin{aligned}
&\frac{25n - n^2}{150} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 25n + n^2 = 75 \Leftrightarrow n^2 + 25n - 75 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & n = \frac{-25 + \sqrt{-25 - 4 \cdot (-1) \cdot (-75)}}{-2} \text{ tai } n = \frac{-25 - \sqrt{-25 - 4 \cdot (-1) \cdot (-75)}}{-2} \\
\Leftrightarrow\quad & n = \frac{25 - \sqrt{325}}{2} \text{ tai } n = \frac{25 + \sqrt{325}}{2}
\end{aligned}$$

ja koska $25n - n^2$ on alaspäin aukeava paraabeli,

$$\frac{25n - n^2}{150} \geq \frac{1}{2}$$

jos ja vain jos

$$\frac{25-\sqrt{325}}{2} \leq n \leq \frac{25+\sqrt{325}}{2}.$$

Koska $\frac{25-\sqrt{325}}{2} \approx 3,486$ (ja $\frac{25+\sqrt{325}}{2} \approx 21,514$), insinöörin täytyy leikata vähintään neljä kierrosta, jotta puolet pinta-alasta on leikattu.

Vastaus: Insinöörin täytyy leikata vähintään neljä kierrosta, jotta puolet pinta-alasta on leikattu.

Matematiikka | Tehtävä 3.

Anna kaikissa kohdissa vastaukset tarkkoina arvoina. Perustele vastauksesi.

a) [2 p.] Ratkaistaan ensin tarvittavan tangenttisuoran yhtälö. Koska $f(0) = 1$, $f'(x) = e^x$ ja näin ollen $f'(0) = e^0 = 1$, saadaan tangenttisuora yhtälöstä $y - 1 = 1(x - 0)$. Näin ollen tangenttisuoran yhtälö on $y = x + 1$. Funktion f kuvaaja on tangenttisuoran yläpuolella välillä $[-2, 2]$, joten pinta-alaksi saadaan

$$\int_{-2}^{2} e^x - x - 1 \, dx = \Big/_{-2}^{2} e^x - \frac{x^2}{2} - x = e^2 - \frac{2^2}{2} - 2 - (e^{-2} - \frac{(-2)^2}{2} - (-2)) = e^2 - e^{-2} - 4.$$

Vastaus: Kysytty pinta-ala on $e^2 - e^{-2} - 4$.

b) [2 p.] Kysytty pinta-ala saadaan laskemalla

$$\int_{1}^{3} \left(-\frac{x^2}{2} + x + 3\right) - (-1) \, dx = \int_{1}^{3} -\frac{x^2}{2} + x + 4 \, dx = \Big/_{1}^{3} -\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + 4x = -\frac{3^3}{6} + \frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 - (-\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 4)$$

$$= -\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + 12 + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - 4 = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}.$$

Vastaus: Kysytty pinta-ala on $7\frac{2}{3}$.

c) [2 p.] Lasketaan ensin kappaleen pinta-ala xz-tasossa. Koska $((x + 2) - (-2x - 1)) = (3x + 3) \geq 0$, kun $x \in [-1, 2]$, saadaan

$$A = \int_{-1}^{2} |(x + 2) - (-2x - 1)| \, dx = \int_{-1}^{2} (x + 2) - (-2x - 1) \, dx$$

$$= \int_{-1}^{2} 3x + 3 \, dx = \Big/_{-1}^{2} \frac{3}{2}x^2 + 3x$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - (\frac{3}{2} \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1)) = \frac{3}{2} \cdot 4 + 6 - \frac{3}{2} + 3 = \frac{27}{2}.$$

Kappaleen poikkipinta-ala on vakio syvyyssuunnassa eli kullakin muutujan y arvolla. Näin ollen kappaleen tilavuus on

$$V = A\Delta y = \frac{27}{2}(4 - 0) = 54.$$

Vastaus: Kysytty tilavuus on 54.

Matematik | Uppgift 1.

a) [1 p.] Likheten $x^2 - 10x + 9 = 0$ uppfylls om och endast om $x = 1$ eller $x = 9$.

b) [1 p.] Likheten $\frac{x}{2} - \frac{4}{7} = 3$ uppfylls om och endast om $x = 7\frac{1}{7}$.

c) [1 p.] Derivatan till funktionen $f(x) = 7x^2 + 3x$ är $f'(x) = 14x + 3$.

d) [1 p.] Olikheten $\frac{x}{2} : \frac{4}{7} > 3$ uppfylls om och endast om $x > 3\frac{3}{7}$.

e) [1 p.] Likheten $\sin(x) = a$ uppfylls om och endast om $x = \frac{\pi}{3} + n \cdot 2\pi$ eller $x = \frac{2\pi}{3} + n \cdot 2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

f) [1 p.] Inga reella tal x uppfyller likheten $|x + 1| = x$.

Matematik | Uppgift 2.

a) [3 p.] Arean av hela gräsmattan är $15 \cdot 10\ \text{m}^2 = 150\ \text{m}^2$. Efter det första varvet har ingenjören klippt $0,5$ m från varje sidan. Alltså ingenjören har klippt totalt 1 m på bredden och 1 m i längdriktningen. Arean av den oklippta delen av gräsmattan är $(15 - 1) \cdot (10 - 1)\ \text{m}^2 = 126\ \text{m}^2$ och förhållandet mellan arean av den klippta delen av gräsmattan och arean av hela gräsmattan är

$$\frac{150\ \text{m}^2 - 126\ \text{m}^2}{150\ \text{m}^2} = 0,16 = 16\%.$$

Svar: Efter det första hela varvet har ingenjören klippt 16% av den totala gräsmattan.

b) [3 p.] Med varje varv klipper man både längd och bredd med 1 m. Efter n varv, är längden av den oklippta delen av gräsmattan $(15-n)$ m och bredden av den oklippta delen av gräsmattan $(10-n)$ m. Därför är formeln för arean av den klippta delen av gräsmattan

$$A(n) = 150\ \text{m}^2 - (15 - n)(10 - n)\ \text{m}^2 = 150\ \text{m}^2 - 150\ \text{m}^2 + (25n - n^2)\ \text{m}^2 = (25n - n^2)\ \text{m}^2.$$

Låt $P(n)$ vara förhållandet mellan arean av den klippta delen av gräsmattan och arean av hela gräsmattan efter n varv. Alltså $P(n) = \frac{A(n)}{150\ \text{m}^2}$. Vi löser olikheten

$$\frac{25n - n^2}{150} \geq \frac{1}{2}.$$

Eftersom

$$\begin{aligned} & \frac{25n - n^2}{150} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 25n + n^2 = 75 \Leftrightarrow n^2 + 25n - 75 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & n = \frac{-25 + \sqrt{-25 - 4 \cdot (-1) \cdot (-75)}}{-2} \text{ eller } n = \frac{-25 - \sqrt{-25 - 4 \cdot (-1) \cdot (-75)}}{-2} \\ \Leftrightarrow\ & n = \frac{25 - \sqrt{325}}{2} \text{ eller } n = \frac{25 + \sqrt{325}}{2} \end{aligned}$$

och eftersom $25n - n^2$ är en parabola som öppnas nedåt,

$$\frac{25n - n^2}{150} \geq \frac{1}{2}$$

om och endast om

$$\frac{25-\sqrt{325}}{2} \leq n \leq \frac{25+\sqrt{325}}{2}.$$

Eftersom $\frac{25-\sqrt{325}}{2} \approx 3,486$ (ja $\frac{25+\sqrt{325}}{2} \approx 21,514$), måste ingenjören klippa åtminstone fyra hela varv för att ha klippt halva ytan.

Svar: Ingenjören måste klippa åtminstone fyra hela varv för att ha klippt halva ytan.

Matematik | Uppgift 3.

a) [2 p.] Vi hittar först ekvationen för tangentlinjen. Eftersom $f(0) = 1$, $f'(x) = e^x$ och dessutom $f'(0) = e^0 = 1$, får vi tangentlinjen från ekvationen $y - 1 = 1(x - 0)$. Därför är ekvationen för tangentlinjen $y = x+1$. Eftersom grafen till funktionen f ligger över tangentlinjen i intervallet $[-2, 2]$, är den efterfrågade arean

$$\int_{-2}^{2} e^x - x - 1 \,\mathrm{d}x = \Big/_{-2}^{2} e^x - \frac{x^2}{2} - x = e^2 - \frac{2^2}{2} - 2 - (e^{-2} - \frac{(-2)^2}{2} - (-2)) = e^2 - e^{-2} - 4.$$

Svar: Den efterfrågade arean är $e^2 - e^{-2} - 4$.

b) [2 p.] Vi får den efterfrågade arean genom att beräkna

$$\int_{1}^{3} \left(-\frac{x^2}{2} + x + 3\right) - (-1)\,\mathrm{d}x = \int_{1}^{3} -\frac{x^2}{2} + x + 4\,\mathrm{d}x = \Big/_{1}^{3} -\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + 4x = -\frac{3^3}{6} + \frac{3^2}{2} + 4\cdot 3 - (-\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 4)$$

$$= -\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + 12 + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - 4 = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}.$$

Svar: Den efterfrågade arean är $7\frac{2}{3}$.

c) [2 p.] Vi börjar med att beräkna kroppens tvärsnittsarea i xz-planet. Eftersom $((x+2) - (-2x-1)) = (3x+3) \geq 0$, för $x \in [-1, 2]$, får vi

$$A = \int_{-1}^{2} |(x+2) - (-2x-1)|\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} (x+2) - (-2x-1)\,\mathrm{d}x$$

$$= \int_{-1}^{2} 3x + 3\,\mathrm{d}x = \Big/_{-1}^{2} \frac{3}{2}x^2 + 3x$$

$$= \frac{3}{2}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - (\frac{3}{2}\cdot(-1)^2 + 3\cdot(-1)) = \frac{3}{2}\cdot 4 + 6 - \frac{3}{2} + 3 = \frac{27}{2}.$$

Kroppens tvärsnittsarea är konstant i y-riktning. Därför är kroppens volym

$$V = A\Delta y = \frac{27}{2}(4-0) = 54.$$

Svar: Den efterfrågade volymen är 54.

Fysiikka | Tehtävä 1

a) [2 p.] Kun sirkkeli käynnistetään, kohdistaa moottori sirkkelinterään vääntömomentin, jonka analoginen vastine etenevässä liikkeessä on voima. Koska nettovääntömomentti on vakio, on myös kulmakiihtyvyys vakio.

Moottorin ja terän maksimikierrosnopeus on ilmoitettu yksikössä kierrosta minuutissa. Kulmanopeuden yksikkö on rad/s. Jos kappale pyörii yhden kierroksen minuutissa, sen kulmanopeuden suuruus on $\frac{2\pi\,\text{rad}}{60\,\text{s}} = 0{,}10472\,\text{rad/s}$, jolloin terän maksimikulmanopeus on

$$\omega_{\text{m}} = 1430\,\frac{1}{\text{min}} \cdot 0{,}10472\,\frac{\text{rad/s}}{1/\text{min}} = 149{,}75\,\text{rad/s}.$$

Kulmakiihtyvyyden ollessa vakio saadaan kulmanopeus $\omega = \omega_0 + \alpha t$ mukaisesti. Terä on alussa levossa, jolloin $\omega_0 = 0\,\text{rad/s}$. Kulmanopeus on siten $\omega = \alpha t$.

Ratkaisemalla α, kulmakiihtyvyydeksi saadaan

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = 49{,}92\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \approx 50\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

b) [2 p.] Pyörimisliikkeessä dynamiikan peruslakia $\sum F = ma$ vastaa pyörimisen peruslaki $\sum M = J\alpha$, joka ottaa huomioon voiman vääntävän vaikutuksen vääntömomentin M avulla.

Sirkkelin terä on umpinainen ympyrälieriö, jonka hitausmomentti on $J_{\text{tera}} = \frac{1}{2}mR^2 = 0{,}756\,\text{kgm}^2$.

Tässä tapauksessa muita vääntömomenttia aiheuttavia voimia ei ole. Siten moottorin aiheuttama vääntömomentti saadaan hitausmomentin ja kulmakiihtyvyyden avulla pyörimisliikkeen yhtälöstä

$$M = J_{\text{tera}}\alpha = 0{,}756\,\text{kgm}^2 \cdot 49{,}92\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \approx 38\,\text{Nm}.$$

c) [2 p.] Vääntömomentin kiihdyttäessä pyörimistä tehdään kappaleeseen työtä. Vääntömomentin keskiteho saadaan työn avulla

$$P_{\text{k}} = \frac{W}{\Delta t}.$$

Kun terä kiihdytetään täyteen pyörimisnopeuteen, täytyy siihen tehdä työtä täyttä pyörimisnopeutta vastaavan pyörimisenergian määrä. Terän pyörimisenergiaksi saadaan lopussa $E_{\text{r,m}} = \frac{1}{2}J_{\text{tera}}\omega_{\text{m}}^2 = 8476{,}6\,\text{J}$, joka vastaa liike-energiaa etenevässä liikkeessä.

Työperiaatteen mukaan $\Delta E_{\text{r}} = E_{\text{r,m}} - E_{\text{r,0}} = W_{\text{tot}}$. Nyt $E_{\text{r,0}} = 0$ ja $W_{\text{tot}} = W$, jolloin $E_{\text{r,m}} = W$.

Keskimääräinen teho $P_{\text{k}} = \dfrac{E_{\text{r,m}}}{\Delta t} = \dfrac{8476{,}6\,\text{J}}{3{,}0\,\text{s}} = 2800\,\text{W}$.

Fysik | Uppgift 1

a) [2 p.] Då cirkelsågen startas utsätter motorn cirkelsågens bett för ett vridmoment, som i en translatorisk rörelse skulle motsvaras av en kraft. Eftersom vridmomentet är konstant är även vinkelaccelerationen konstant.

Motorns och bettets maximala rotationshastighet är angiven i enheten varv per minut. Vinkelhastighetens enhet är rad/s. Om ett objekt roterar ett varv per minut är vinkelhastighetens belopp $\frac{2\pi\,\text{rad}}{60\,\text{s}} = 0{,}10472\,\text{rad/s}$, varvid bettets maximala rotationshastighet är

$$\omega_\text{m} = 1430\,\frac{1}{\text{min}} \cdot 0{,}10472\,\frac{\text{rad/s}}{1/\text{min}} = 149{,}75\,\text{rad/s}.$$

Då vinkelaccelerationen är konstant fås vinkelhastigheten enligt $\omega = \omega_0 + \alpha t$. Bettet är ursprungligen i vila, dvs. $\omega_0 = 0\,\text{rad/s}$. Vinkelhastigheten är $\omega = \alpha t$.

Genom att lösa ut α, fås vinkelaccelerationen som

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = 49{,}92\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \approx 50\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

b) [2 p.] I en roterande rörelse motsvaras dynamikens grundlag $\sum F = ma$ av rotationens grundlag $\sum M = J\alpha$, som beaktar kraftens vridverkan med hjälp av vridmomentet M.

Cirkelsågens bett är en solid cylinder med tröghetsmomentet $J_\text{bett} = \frac{1}{2}mR^2 = 0{,}756\,\text{kgm}^2$.

I detta fall finns inga andra krafter som förorsakar vridmoment. Därmed fås vridmomentet som motorn ger upphov till ur rotationsrörelsens ekvation med hjälp av tröghetsmomentet och vinkelhastigheten

$$M = J_\text{bett}\alpha = 0{,}756\,\text{kgm}^2 \cdot 49{,}92\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \approx 38\,\text{Nm}.$$

c) [2 p.] Då vridmomentet accelererar rotationen görs ett arbete på objektet. Vridmomentets medeleffekt fås ur uttrycket

$$P_\text{m} = \frac{W}{\Delta t}.$$

Då bettet accelereras till full rotationshastighet görs ett arbete som motsvarar mängden rotationsenergi i full rotationshastighet. Bettets rotationsenergi fås som $E_\text{r,m} = \frac{1}{2}J_\text{bett}\omega_\text{m}^2 = 8476{,}6\,\text{J}$, som motsvarar den kinetiska energin för en framskridande rörelse.

Enligt arbetsprincipen gäller $\Delta E_\text{r} = E_\text{r,m} - E_\text{r,0} = W_\text{tot}$. Nu är $E_\text{r,0} = 0$ och $W_\text{tot} = W$, varvid $E_\text{r,m} = W$.

Medeleffekten $P_\text{m} = \dfrac{E_\text{r,m}}{\Delta t} = \dfrac{8476{,}6\,\text{J}}{3{,}0\,\text{s}} = 2800\,\text{W}$.

Kemia | Tehtävä 1.

a) [1 p.]

Hiiva toimii **katalyyttina / nopeuttaa reaktiota**. Ilman hiivaa reaktio olisi hyvin hidas.
Astianpesuaine **alentaa veden pintajännitystä** /**stabiloi syntyneet happikuplat**.
Ilman astianpesuainetta happikuplat eivät muodostaisi vaahtoa.

b) [4 p.]

Norsun hammastahna -kokeessa vaahto koostuu happikaasusta, astianpesuaineesta ja vesiliuoksista/vedestä. Tilavuus kasvaa, koska reaktiossa syntyy happikaasua. Happikaasun ainemäärä on:

$n(O_2) = ½\, n(H_2O_2) = ½ \cdot c(H_2O_2) \cdot V(H_2O_2) = ½ \cdot 8{,}82 \text{ mol/dm}^3 \cdot 0{,}050 \text{ dm}^3 = 0{,}2205 \text{ mol}$
tai

$$n(O_2) = 0{,}5 \cdot n(H_2O_2) = \frac{m(H_2O_2)}{2 \cdot M(H_2O_2)} = \frac{(50 \text{ ml} \cdot 1{,}00 \text{ g/ml}) \cdot 0{,}300}{2 \cdot 34{,}016 \text{ g/mol}} = 0{,}2205 \text{ mol}$$

Ideaalikaasulain perusteella syntyneen happikaasun tilavuus on:

$$V(O_2) = \frac{nRT}{p} = \frac{0{,}2205 \text{ mol} \cdot 0{,}0831451 \dfrac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 303{,}15 \text{ K}}{1{,}013 \text{ bar}} = 5{,}486 \text{ dm}^3 \approx 5486 \text{ ml}$$

Koska vaahto koostuu kokeen nesteistä ja syntyneestä happikaasusta, lasketaan vaahdon tilavuuteen happikaasun tilavuuden lisäksi nesteiden tilavuudet.

Oletetaan että kaikki vetyperoksidi kuluu reaktiossa, jolloin vaahdon nesteiden tilavuudet ovat:
Vetyperoksidin vesiliuoksen vesi: $(50 \text{ ml} \cdot 1{,}00 \text{ g/ml}) \cdot 0{,}70 = 35 \text{ g} \triangleq 35 \text{ ml}$.
Vetyperoksidin hajoamisreaktiossa syntynyt vesi:

$$\begin{aligned} V(H_2O) &= nM / \rho = 2 \cdot n(O_2) \cdot M(H_2O) / \rho\,(H_2O) \\ &= (2 \cdot 0{,}2205 \text{ mol} \cdot 18{,}016 \text{ g/mol}) / 1{,}00 \text{ g/ml} = 8 \text{ ml} \end{aligned}$$

Astianpesuaineen tilavuus 20 ml ja hiivaliuoksen tilavuus 50 ml

Vaahtoa syntyy maksimissaan yhteensä:
5486 ml + 35 ml + 8 ml + 20 ml + 50 ml = 5599 ml ≈ **5600 ml = 5,6 dm³**

Tämä on ideaalitilanteen mukainen vaahdon määrä. Oikeassa kokeessa osa kaasusta kuitenkin vapautuu ympäristöön eikä muodosta vaahtoa. Myös osa vetyperoksidista voi jäädä reagoimatta.

c) [1 p.]

Vetyperoksidin hajoamisreaktion: $2\, H_2O_2(aq) \rightarrow 2\, H_2O(l) + O_2(g)$
reaktiolämpö on

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{H} &= [n \cdot \Delta H_f^0(H_2O, l) + n \cdot \Delta H_f\,(O_2, g)] - [n \cdot \Delta H_f^0(H_2O_2, aq)] \\ &= [2 \cdot (-285{,}8) + 1 \cdot 0] \text{ kJ} - [2 \cdot (-191{,}2)] \text{ kJ} \boldsymbol{= -189{,}2 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuu lämpöä, sillä $\Delta H < 0$ (reaktio on eksoterminen).

Kemi | Uppgift 1.

a) [1 p.]
Jästen **fungerar som katalysator / snabbar upp reaktionen**. Utan jäst skulle reaktionen vara väldigt långsam. Diskmedlet **sänker vattnets ytspänning** / **stabiliserar de bildade syrebubblorna**.
Utan diskmedlet skulle syrebubblorna inte bilda något skum.

b) [4 p.]
I elefanttandkräm -experiment består skummet av syrgas, diskmedel och vattenlösningar/vatten.
Volymen ökar eftersom det bildas syrgas i reaktionen. Ämnesmängden för syrgasen är:

$n(O_2) = ½\ n(H_2O_2) = ½ \cdot c(H_2O_2) \cdot V(H_2O_2) = ½ \cdot 8{,}82\ \text{mol/dm}^3 \cdot 0{,}050\ \text{dm}^3 = 0{,}2205\ \text{mol}$
eller

$$n(O_2) = 0{,}5 \cdot n(H_2O_2) = \frac{m(H_2O_2)}{2 \cdot M(H_2O_2)} = \frac{(50\ \text{ml} \cdot 1{,}00\ \text{g/ml}) \cdot 0{,}300}{2 \cdot 34{,}016\ \text{g/mol}} = 0{,}2205\ \text{mol}$$

Enligt idealgaslagen är volymen för den bildade syrgasen:

$$V(O_2) = \frac{nRT}{p} = \frac{0{,}2205\ \text{mol} \cdot 0{,}0831451\ \frac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 303{,}15\ \text{K}}{1{,}013\ \text{bar}} = 5{,}486\ \text{dm}^3 \approx 5486\ \text{ml}$$

Eftersom skummet består av vätskorna i experimentet samt av bildade syrgasen, blir volymen av skummet summan syrgasens och av vätskornas volymer.

Om man antar att all väteperoxid förbrukas i reaktionen, blir vätskornas volymer följande:
Vattnet i väteperoxid vattenlösning: (50 ml · 1,00 g/ml) · 0,70 = 35 g ≙ 35 ml.
Vattnet som bildas i väteperoxidens sönderfallsreaktion:

$$\begin{aligned} V(H_2O) &= nM / \rho = 2 \cdot n(O_2) \cdot M(H_2O) / \rho\ (H_2O) \\ &= (2 \cdot 0{,}2205\ \text{mol} \cdot 18{,}016\ \text{g/mol}) / 1{,}00\ \text{g/ml} = 8\ \text{ml} \end{aligned}$$

Diskmedlets volym 20 ml och jästlösningens volym 50 ml

Totala volymen för skummet är maximalt:
5486 ml + 35 ml + 8 ml + 20 ml + 50 ml = 5599 ml ≈ **5600 ml = 5,6 dm^3**

Det här är mängden skum under ideala förhållanden. I ett riktigt experiment kommer en del av gasen att frigöras till omgivningen och bildar därmed inte något skum. Även en del av väteperoxiden kan bli oreagerad.

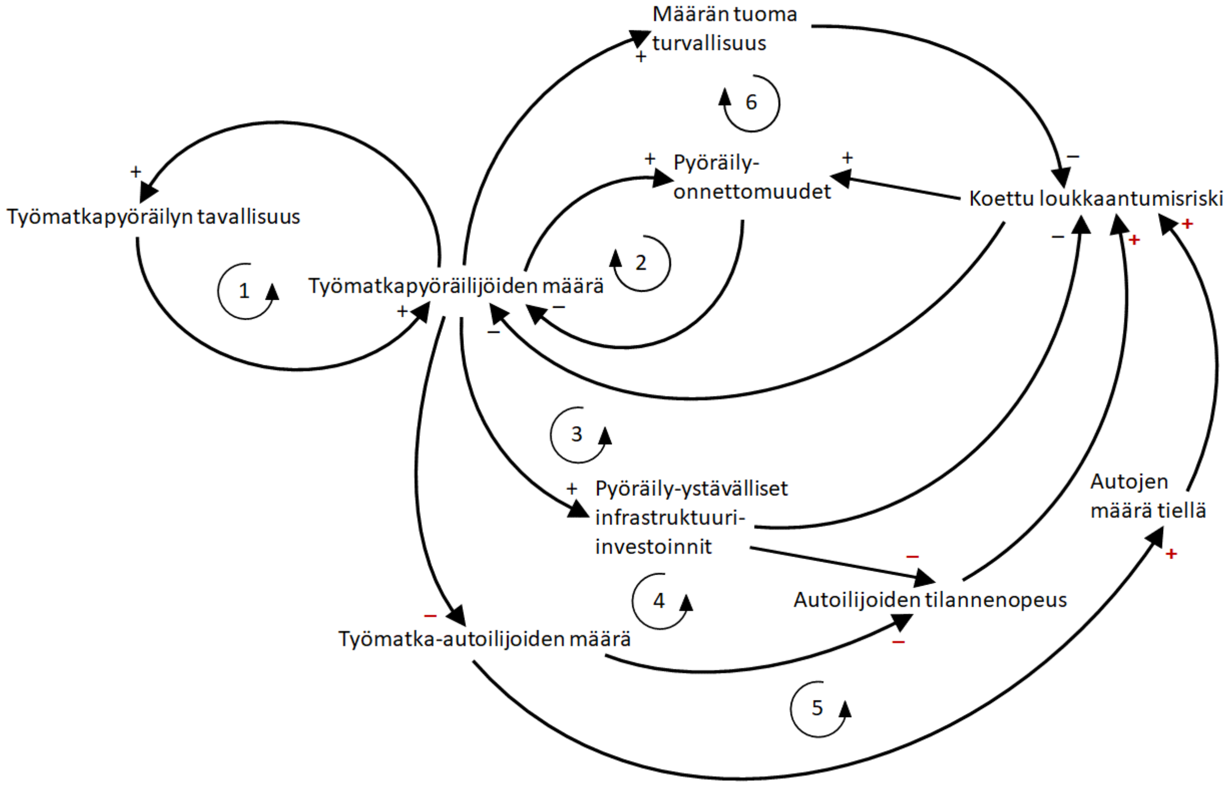
c) [1 p.]
Reaktionsvärmet för väteperoxidens sönderfallsreaktion 2 H_2O_2(aq) → 2 H_2O(l) + O_2(g) är

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Delta H} &= [n \cdot \Delta H_f^0(H_2O, l) + n \cdot \Delta H_f\ (O_2, g)] - [n \cdot \Delta H_f^0(H_2O_2, aq)] \\ &= [2 \cdot (-285{,}8) + 1 \cdot 0]\ \text{kJ} - [2 \cdot (-191{,}2)]\ \text{kJ} \mathbf{= -189{,}2\ kJ} \end{aligned}$$

Värme kommer att frigöras då reaktionen sker, eftersom ΔH < 0 (reaktionen är exoterm).

Ongelmanratkaisu | Tehtävä 1.

a) [2 p.] Puuttuvat polariteetit esitetään punaisella alla olevassa kuvassa.



b) [2 p.] Kun kuvasta 1 poistetaan pyöräilyonnettomuudet-muuttuja, täytyy samalla poistaa myös siihen liittyvät syy-seuraussuhteet.

Jäljelle jäävät syy-seuraussuhteet, niiden polariteetit ja syntyvien silmukoiden tyypit ovat:

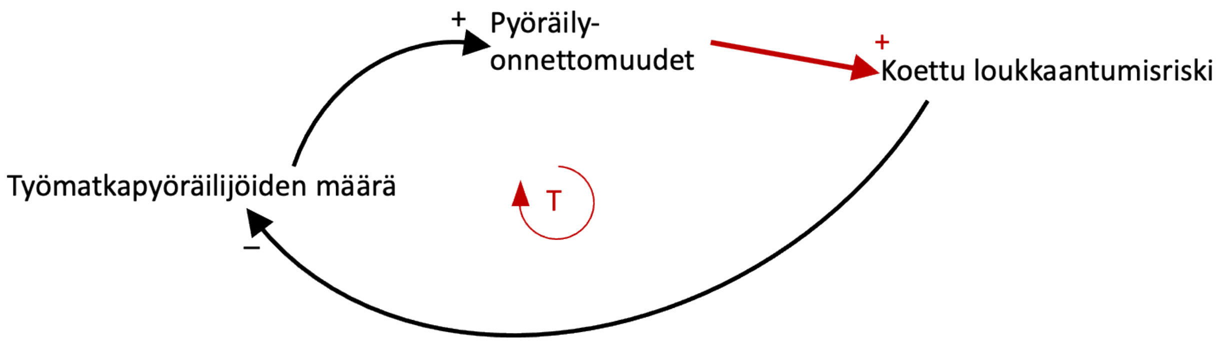
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → + Työmatkapyöräilyn tavallisuus → + Työmatkapyöräilijöiden määrä. **V-silmukka**, koska parillinen määrä (0) negatiivisia nuolia.
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → + Pyöräily-ystävälliset infrastruktuuri-investoinnit → – Koettu loukkaantumisriski → – Työmatkapyöräilijöiden määrä. **V-silmukka**, koska parillinen määrä (2) negatiivisia nuolia.
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → + Pyöräily-ystävälliset infrastruktuuri-investoinnit → – Autoilijoiden tilannenopeus → + Koettu loukkaantumisriski → – Työmatkapyöräilijöiden määrä. **V-silmukka**, koska parillinen määrä (2) negatiivisia nuolia.
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → – Työmatka-autoilijoiden määrä → – Autojen tilannenopeus → + Koettu loukkaantumisriski → – Työmatkapyöräilijöiden määrä. **T-silmukka**, koska pariton määrä (3) negatiivisia nuolia.
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → – Työmatka-autoilijoiden määrä → + Autojen määrä tiellä → + Koettu loukkaantumisriski → – Työmatkapyöräilijöiden määrä. **V-silmukka**, koska parillinen määrä (2) negatiivisia nuolia.
- Työmatkapyöräilijöiden määrä → + Määrän tuoma turvallisuus → – Koettu loukkaantumisriski → – Työmatkapyöräilijöiden määrä. **V-silmukka**, koska parillinen määrä (2) negatiivisia nuolia.

Syy-seuraussuhdekaaviossa on V-silmukoita 5 kpl ja T-silmukoita 1 kpl.

Koska systeemin V-silmukoiden määrä on suurempi kuin systeemin T-silmukoiden määrä, niin työmatkapyöräilyn suosio voi kasvaa kuvan 2 sinisen käyrän (skenaario 1) mukaisesti vuosina 2012–2020.

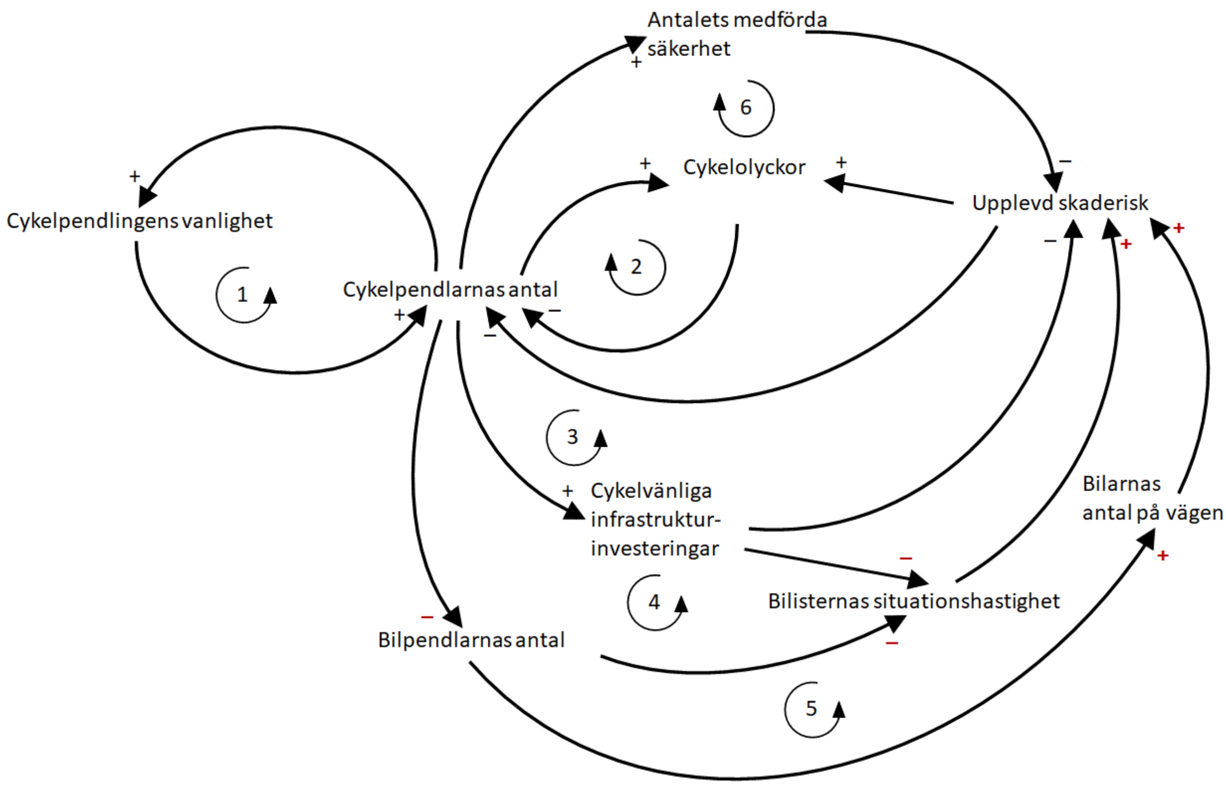
c) [2 p.] Väärin piirretty syy-seuraussuhde esitetään korjattuna alla olevassa kuvassa punaisella nuolella. Sen polariteetti on +.

Korjatun nuolen suuntainen syy-seuraussuhde synnyttää T-silmukan.



Problemlösning | Uppgift 1.

a) [2 p] Saknade polariteter visas i rött i figuren nedan.



b) [2 p] När man tar bort variabeln *cykelolyckor* från figur 1 måste man samtidigt ta bort de orsak-verkansamband som hör ihop med variabeln.

De återstående orsak-verkansambanden, deras polariteter och uppkomna looptyper är:

- Cykelpendlarnas antal → + Cykelpendlingens vanlighet → + Cykelpendlarnas antal. **F-loop**, eftersom det finns ett jämnt antal (0) negativa pilar.
- Cykelpendlarnas antal → + Cykelvänliga infrastrukturinvesteringar → – Upplevd skaderisk → – Cykelpendlarnas antal **F-loop**, eftersom det finns ett jämnt antal (2) negativa pilar.
- Cykelpendlarnas antal → + Cykelvänliga infrastrukturinvesteringar → – Bilisternas situationshastighet → + Upplevd skaderisk → – Cykelpendlarnas antal. **F-loop**, eftersom det finns ett jämnt antal (2) negativa pilar.
- Cykelpendlarnas antal → – Bilpendlarnas antal → – Bilisternas situationshastighet → + Upplevd skaderisk → – Cykelpendlarnas antal. **B-loop**, eftersom det finns ett udda antal (3) negativa pilar.
- Cykelpendlarnas antal → – Bilpendlarnas antal → + Bilarnas antal på vägarna → + Upplevd skaderisk → – Cykelpendlarnas antal. **F-loop**, eftersom det finns ett jämnt antal (2) negativa pilar.
- Cykelpendlarnas antal → + Antalets medförda säkerhet → – Upplevd skaderisk → – Cykelpendlarnas antal. **F-loop**, eftersom det finns ett jämnt antal (2) negativa pilar.

I orsak-verkan-diagrammet finns 5 st. F-loopar och 1 st. B-loop.

Eftersom antalet F-loopar är större än antalet B-loopar i systemet kan cykelpendlingens popularitet öka under åren 2012–2020 enligt den blåa kurvan (scenario 1) i figur 2.

c) [2 p] Den röda pilen i figuren nedan presenterar det felaktiga orsak-verkansambandet som korrigerats. Dess polaritet är +.

Orsak-verkansambandet i den korrigerade pilens riktning skapar en B-loop.