

DI-valintakoe DI-urvalsprov 1.6.2021

KYSYMYKSET

OHJEET

Valintakokeessa on neljä osiota: matematiikka, fysiikka, kemia ja ongelmanratkaisu. Matematiikan osio on kaikille pakollinen. Vastaa kaikkiin matematiikan tehtäviin. Valintaisten tehtävien osiosta sinun tulee vastata kolmeen (3) tehtävään. Jos vastaat useampaan kuin kolmeen valintaaniseen tehtävään, otetaan pistelaskussa huomioon kolme matalimmat pisteet tuottavaa tehtävää.

Kirjoita kaikki vastaukset erillisiin vastauspapereihin. Vain näille kirjoitetut vastaukset arvioidaan. Saat viedä kysymykset mukanasikokeen jälkeen.

KYSYMYSVIHKKO
Älä vastaa tähän.

FRÅGOR

ANVISNINGAR

Urvalsprovet består av fyra delar: matematik, fysik, kemi och problemlösning. Matematikdelen är obligatorisk för alla. Du ska besvara alla matematikuppgifter. Bland de valfria uppgifterna ska du besvara tre (3) uppgifter. Om du svarar på fler än tre alternativa uppgifter, kommer de tre uppgifter som ger minst poäng att beaktas i provets slutliga poäng.

Skriv samtliga svar på de separata svarsappren. Endast de svar som skrivits på svarsappren bedöms. Du kan ta med dig frågorna efter provet.

FRÅGEHÄFTE
Skriv inte svaren här.

Matematiikka | Tehtävä 1.

Anna kaikissa kohdissa vastauksien tarkat arvot. Perustele vastauksesi.

- a) Anna yhtälön $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$ kaikki ratkaisut. (1 p.)
- b) Anna epäyhtälön $1 - \frac{2x}{3} > -\frac{1}{7}$ kaikki ratkaisut. (1 p.)
- c) Anna yhtälön $\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{3}{2}$ kaikki ratkaisut. (1 p.)
- d) Millä reaaliarvoilla epäyhtälö $|2x - 3| < 1$ toteutuu? (1 p.)
- e) Anna yhtälön $9x^2 - 6x + 1 = 4$ kaikki ratkaisut. (1 p.)
- f) Yhtälön $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ yksi ratkaisu on $x = \frac{\pi}{4}$. Mikä on toinen välillä $[0, \pi]$ kuuluva ratkaisu? (1 p.)

Matematiikka | Tehtävä 2.

Curling-kiven 1 liukuminen jäällä pisteestä A pisteeseen B kestää 8 s ja pisteiden välimatka on 12 m. Kahden sekunnin kuluttua kiven 1 lähdöstä lähetetään sekä kivi 2 pisteestä A pisteeseen B nopeudella 2 m/s että kivi 3 pisteestä B pisteeseen A nopeudella 0,5 m/s.

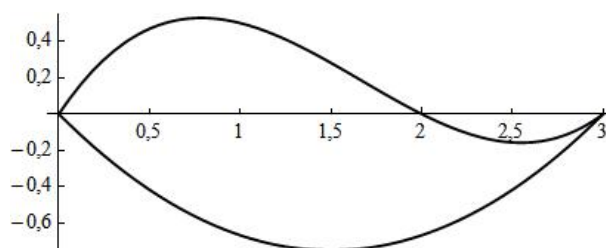
Kaikki kivet liukuvat pisteitä A ja B yhdistävää janaa pitkin. Tehtävässä ei huomioida kitkaa eikä kivien halkaisijaa.

- a) Mikä on ensiksi lähetetyn kiven 1 nopeus (m/s) ja kuinka kauas se on ehtinyt pisteestä A , kun muut kivet lähetetään? Perustele vastauksesi. (3 p.)
- b) Kumpi myöhemmin lähetetyistä kivistä, 2 vai 3, törmää ensin kiveen 1? Perustele vastauksesi. (3 p.)

Matematiikka | Tehtävä 3.

Anna vastaukset tarkkoina arvoina. Perustele vastauksesi.

- a) Avaruusmatkailuyhtiön SpaceY alukset voivat nousta avaruuteen lentokentältä. Sivusta katsoen avaruusaluksen rata muistuttaa käyrää $y = x^2$. Millä korkeudella avaruusaluksen nousukulma maanpinnan tasoon nähden ylittää 60° ? Mittayksikkö on kilometri ja maanpinnan kaareutumista ei huomioida. (3 p.)
- b) ”Delfiini” on tasapaksusta kivilaatasta leikattu veistos, jonka sivuprofiili on käyrien $y = \frac{1}{4}x(x-2)(x-3)$ ja $y = \frac{1}{3}x(x-3)$ välillä $[0, 3]$ rajoittaman alueen mukainen. Kivilaatan paksuus z -akselin suunnassa on 10 cm. Laske veistoksen tilavuus, kun pituuden mittayksikkönä on metri. (3 p.)



Matematik | Uppgift 1.

Ge exakta värden i samtliga fall. Motivera dina svar.

- a) Ge alla lösningar till ekvationen $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$. (1 p.)
- b) Ge alla lösningar till olikheten $1 - \frac{2x}{3} > -\frac{1}{7}$. (1 p.)
- c) Ge alla lösningar till ekvationen $\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{3}{2}$. (1 p.)
- d) Inom vilket realvärdesintervall satisfieras olikheten $|2x - 3| < 1$? (1 p.)
- e) Ge alla lösningar till ekvationen $9x^2 - 6x + 1 = 4$. (1 p.)
- f) En lösning till ekvationen $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ är $x = \frac{\pi}{4}$. Vilken är den andra lösningen som hör till intervallet $[0, \pi]$? (1 p.)

Matematik | Uppgift 2.

Det tar 8 s för curlingsten 1 att glida från punkt A till punkt B, då avståndet mellan punkterna är 12 m. Två sekunder efter att sten 1 har startat skickas både sten 2 från punkt A mot punkt B med hastigheten 2 m/s och sten 3 från punkt B mot punkt A med hastigheten 0,5 m/s.

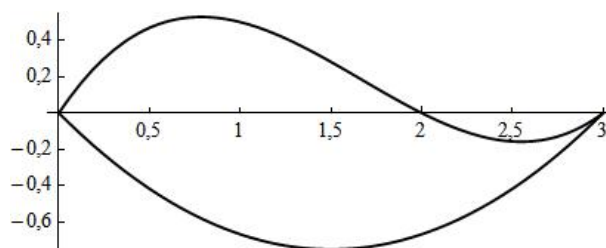
Samtliga stenar glider längs linjen som förenar punkterna A och B. I uppgiften beaktas varken friktionen eller stenarnas diameter.

- a) Vad har sten 1 för hastighet och hur långt från punkt A har den hunnit då de andra stenarna skickas iväg? Motivera ditt svar. (3 p.)
- b) Vilken av de senare utskickade stenarna, 2 eller 3, kolliderar först med sten 1? Motivera ditt svar. (3 p.)

Matematik | Uppgift 3.

Ge dina svar som exakta värden. Motivera dina svar.

- a) Rymdresebyrån SpaceY har farkoster som kan nå rymden från ett flygfält. Sett från sidan liknar rymdfarkostens bana kurvan $y = x^2$. På vilken höjd överstiger rymdfarkostens stigningsvinkel 60° i förhållande till jordytan? Måttenheten är kilometer och jordytans krökning beaktas ej. (3 p.)
- b) "Delfinen" är en skulptur som skurits ut från en jämntjock stenskiva, vars sidoprofil är området som begränsas av kurvorna $y = \frac{1}{4}x(x - 2)(x - 3)$ och $y = \frac{1}{3}x(x - 3)$ inom intervallet $[0, 3]$. Stenskvivans tjocklek i z-axelns riktning är 10 cm. Beräkna skulpturens volym då måttenheten för längd är meter. (3 p.)



Fysiikka | Tehtävä 1.

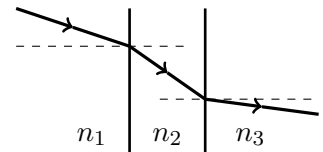
Valitse yksi vaihtoehto (A–D) kuhunkin osatehtävään (1–6).

Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

- Jouseen (jousivakio k_1) ripustetaan punnus (massa m), jolloin systeemi (jousi ja kappale) asettuu tasapainoon. Jouta venytetään 1 cm ja jousi vapautetaan. Punnus alkaa värähtelemään tasapainoaseman suhteen, jolloin voidaan mitata värähtelyn jaksonaika, taajuus ja amplitudi. Kun alkuperäinen jousi korvataan jäykemmällä jousella ($k_2 > k_1$) ja jouta venytetään yhtä paljon kuin edellisellä kerralla, niin
 - jaksonaika kasvaa.
 - taajuus kasvaa.
 - amplitudi kasvaa.
 - mikään ei muutu.

- Valonsäde etenee väliaineesta 1 väliaineeseen 2 läpi väliaineeseen 3 viereisen kuvan mukaisesti. Mikä seuraavista väliaineiden taitekertoimia n_1 , n_2 ja n_3 koskevista väitteistä on totta?

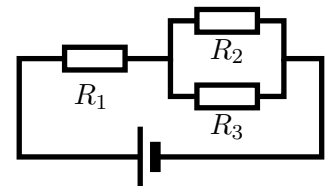
- $n_3 = n_1$
- $n_3 < n_1$
- $n_3 > n_1$
- Emme voi vertailla taitekertoimia n_1 ja n_3 , jos taitekerrointa n_2 ei tunneta.



- Levykondensaattori on kytketty 9 V paristoon. Miten kondensaattorin varaus muuttuu, jos sen levyjä siirretään kauemmaksi toisistaan?
 - Varaus kasvaa.
 - Varaus pienenee.
 - Varaus ei muutu.
 - Varausten merkit vaihtuvat.

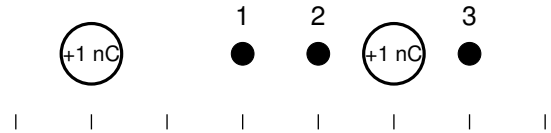
- Oheinen tasavirtapiiri muodostuu kolmesta vastuksesta R_1 , R_2 ja R_3 , joiden läpi kulkevat virrat I_1 , I_2 ja I_3 . Kaikkien vastusten resistanssit ovat yhtä suuret. Mikä vastusten läpi kulkevia virtoja koskevista väitteistä on totta?

- $I_2 < I_1$
- $I_2 = I_1 = I_3$
- $I_2 > I_1$
- $I_2 \neq I_3$



5. Kuvassa on kaksi varattua hiukkasta, jotka luovat ympärilleen sähkökentän. Kuvaan on myös merkitty mittauspisteet 1, 2 ja 3. Missä pisteessä sähkökentän voimakkuus on suurin ja missä pienin?

- A. Suurin 1, pienin 3.
- B. Suurin 2, pienin 1.
- C. Suurin 2, pienin 3.
- D. Suurin 3, pienin 1.



6. Tasomaisen johdinsilmukan pinta-ala on $0,00500 \text{ m}^2$ ja resistanssi $2,00 \Omega$. Silmukka on homogeenisessa magneettikentässä, jonka suunta on kohtisuorassa silmukan tasoon nähden. Magneettikentän magneettivuon tiheys kasvaa tasaisesti $1,50$ sekunnissa arvosta $0,500 \text{ T}$ arvoon $3,00 \text{ T}$. Silmukkaan indusoitunut jännite on

- A. $4,17 \text{ mV}$.
- B. $1,67 \text{ V}$.
- C. $8,33 \text{ mV}$.
- D. $10,0 \text{ mV}$.

Fysik | Uppgift 1.

Välj ett alternativ (A–D) för varje deluppgift (1–6).

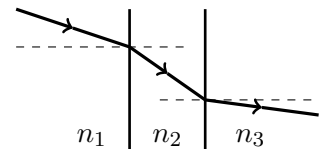
Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

1. I en fjäder (fjäderkonstanten k_1) hängs en vikt (massan m), varefter systemet (fjädern och vikten) söker sig till jämvikt. Fjädern töjs med 1 cm och släpps fri. Vikten börjar vibrera kring sitt jämviktsläge, varefter vibrationens period, frekvens och amplitud kan mätas. Då den ursprungliga fjädern ersätts med en styvare fjäder ($k_2 > k_1$) och töjs lika mycket som i det föregående fallet, så

- A. ökar perioden.
- B. ökar frekvensen.
- C. ökar amplituden.
- D. förändras ingenting.

2. En ljusstråle framskrider från medium 1 genom medium 2 till medium 3 enligt figuren intill. Vilket av följande påståenden gällande mediernas brytningsindex n_1 , n_2 och n_3 stämmer?

- A. $n_3 = n_1$
- B. $n_3 < n_1$
- C. $n_3 > n_1$
- D. Vi kan inte jämföra brytningsindexen n_1 och n_3 , om vi inte känner till brytningsindex n_2 .

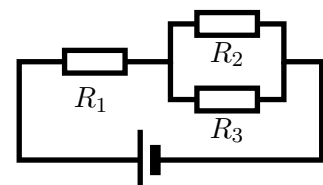


3. En skivkondensator har kopplats till ett 9 V batteri. Hur förändras kondensatorns laddning om dess skivor flyttas längre bort från varandra?

- A. Laddningen ökar.
- B. Laddningen minskar.
- C. Laddningen ändras inte.
- D. Laddningarna byter förtecken.

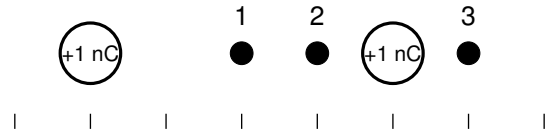
4. Den vidstående likströmskretsen består av tre resistorer R_1 , R_2 och R_3 , genom vilka strömmarna I_1 , I_2 och I_3 flyter. Resistorernas resistanser är lika stora. Vilket påstående gällande strömmarna genom resistorerna stämmer?

- A. $I_2 < I_1$
- B. $I_2 = I_1 = I_3$
- C. $I_2 > I_1$
- D. $I_2 \neq I_3$



5. I figuren visas två laddade partiklar som skapar ett elfält omkring sig. I figuren har även mätpunkterna 1, 2 och 3 angetts. I vilken punkt är den elektriska fältstyrkans belopp störst och vilken punkt är den minst?

- A. Störst i 1, minst i 3.
- B. Störst i 2, minst i 1.
- C. Störst i 2, minst i 3.
- D. Störst i 3, minst i 1.



6. En plan strömslinga har arean $0,00500 \text{ m}^2$ och resistansen $2,00 \Omega$. Slingan befinner sig i ett homogent magnetfält som är riktat vinkelrätt mot slingans plan. Magnetfältets flödestäthet växer jämnt under 1,50 sekunder från $0,500 \text{ T}$ till $3,00 \text{ T}$. Spänningen som induceras i slingan är

- A. 4,17 mV.
- B. 1,67 V.
- C. 8,33 mV.
- D. 10,0 mV.

Fysiikka | Tehtävä 2.

Vastaa aineiston perusteella osatehtäviin (a-c).

a) Hubble-avaruusteleskoopin optinen osa koostuu pääpeilistä ja apupeilistä. Kopioi kuva 3 vastauspaperillesi. Jatka kuvaan piirretyn pääakselin suuntaisen valonsäteen kulkua Hubble-avaruusteleskoopin optisen osan läpi käyttäen viivoitinta ja aineistossa esitettyjä sääntöjä. (1 p.)

b) Pääpeilin kaarevuussäteen suuruus on $|R_{\text{pää}}| = 11,04$ metriä ja apupeilin kaarevuussäteen suuruus $|R_{\text{apu}}| = 1,360$ metriä. Peilien etäisyys toisistaan on 4,905 metriä. Laske pääpeilin ja apupeilin polttopisteiden $F_{\text{pää}}$ ja F_{apu} paikat x -akselilla, kun origo sijaitsee pääpeilin keskipisteessä. (2 p.)

c) Laske, mille etäisyydelle pääpeilistä Hubblen peilisysteemin muodostama kuva muodostuu. (3 p.)

Fysik | Uppgift 2.

Besvara deluppgifterna (a-c) utgående från materialet.

a) Hubble-rymdteleskopets optiska del består av en huvudspegel och en hjälpspegel. Kopiera figur 3 till ditt svarpapper. Förläng strålgången för figurens ljusstråle som är parallell med huvudaxeln, genom Hubble-rymdteleskopets optiska del med hjälp av linjal och reglerna som angetts i det bifogade materialet. (1 p.)

b) Huvudspegelns krökningsradie har beloppet $|R_{\text{huvud}}| = 11,04$ meter och hjälpspegelns krökningsradie har beloppet $|R_{\text{hjälp}}| = 1,360$ meter. Spegelarnas avstånd från varandra är 4,905 meter. Beräkna positionerna längs x -axeln för huvudspegelns och hjälpspegelns brännpunkter F_{huvud} och $F_{\text{hjälp}}$, då origo är beläget i huvudspegelns medelpunkt. (2 p.)

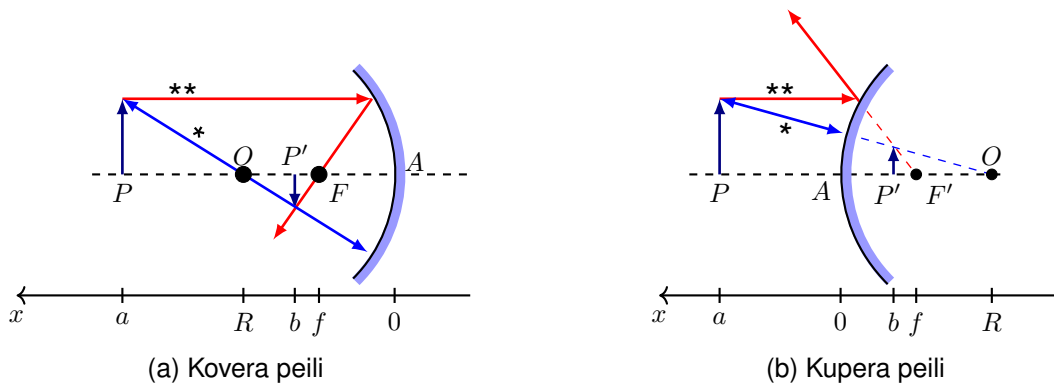
c) Beräkna på vilket avstånd från huvudspegeln bilden, som Hubbles spegelsystem skapar, bildas. (3 p.)

Fysiikka | Tehtävä 2. Aineisto: Hubble-avaruusteleskoopin optinen järjestelmä

Geometrisen optiikan approksimaatiossa valon etenemistä kuvataan säteillä. Tässä aineistossa tutkitaan pallomaisia peilejä ja valon heijastumista niistä.

Valon heijastuminen pallopeileistä

Kaarevan peilipinnan tapauksessa peili muodostaa kohteesta vääristyneen kuvan. Kaarevia peilejä voi olla kahdenlaisia: kovera peili, jonka keskikohta on kauempana katsojasta kuin reunat sekä kupera peili, jonka keskikohta on lähempänä katsojaa kuin reunat. Kuvassa 1 havainnollistetaan pallomaisia koveria ja kuperia peilejä ja kuvaan on merkitty peilin eri osat. Kaarevuuskeskipiste O on pallon keskipisteessä ja on siten pallon kaarevuussäteen R etäisyydellä peilistä. Peilin pääakseli on peilipinnan keskipisteen A ja kaarevuuskeskipisteen kautta kulkeva suora. Koveran peilin tapauksessa pääakselin suuntaiset säteet heijastuvat polttopisteen F kautta. Kuperan peilin tapauksessa pääakselin suuntaiset säteet heijastuvat siten, että ne näyttävät tulevan tästä valepolttopisteestä F' , joka sijaitsee kuperan pallopinnan sisällä. Polttovälin f suuruus on pääakselia pitkin mitattu polttopisteen etäisyys peilin pinnasta. Pallopeilin polttovälin suuruus on puolet peilin kaarevuussäteestä eli $f = R/2$.



Kuva 1: Valonsäteiden heijastuminen koverasta ja kuperasta pallopeilistä. Kuvista selviävät myös esineen P ja sen kuvan P' paikat x -akselilla. Huomaa, että kuvissa positiivinen x -akseli osoittaa vasemmalle.

Pallopeilin tapauksessa valonsäteiden kulku voidaan piirtää seuraavien sääntöjen avulla:

- Kaikki kaarevuuskeskipisteen kautta kulkevat säteet heijastuvat samaa tietä takaisin (merkittynä kuviin 1(a) ja 1(b) sinisillä nuolilla ja merkillä *).
- Koveraan peiliin pääakselin suuntaisesti tulleet säteet heijastuvat polttopisteen kautta (merkittynä kuvaan 1(a) punaisella nuolella ja merkillä **).
- Kuperaan peiliin pääakselin suuntaisesti tulleiden säteiden heijastukset näyttävät tulevan valepolttopisteestä (merkittynä kuvaan 1(b) punaisella nuolella ja merkillä **).
- Yleisesti säde heijastuu niin, että tulo- ja heijastumiskulmat ovat yhtä suuret.

Esitettyjen peilien tapauksessa pätee heijastumislain perusteella johdettu Gaussin kuvausyhtälö:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

jossa a on esineen etäisyys peilipinnasta, b on syntyneen kuvan etäisyys peilipinnasta ja f on peilin polttoväli. Näille suureille pätee seuraavat merkkisäännöt:

- Esineen etäisyys on positiivinen, kun esine on peilin edessä ja negatiivinen, kun esine on peilin takana (ns. valeesine, joka voi olla esimerkiksi toisen peilin muodostama kuva).

- Kuvan etäisyys on positiivinen, kun kuva on peilin edessä, ja negatiivinen, kun kuva on peilin takana (ns. valekuva).
- Polttoväli f ja kaarevuussäde R ovat positiivisia, kun kyseessä on kovera peili, ja negatiivisia, kun kyseessä on kupera peili.

Peilyhdistelmät

Useassa käytännön sovelluksessa peilit toimivat peilyhdistelminä. Kahden peilin yhdistelmässä ensimmäisen peilin muodostama kuva toimii toisen peilin esineenä, josta toinen peili muodostaa lopullisen kuvan. Tällaista peilyhdistelmää hyödyntää kuvassa 2 (a) esitetty Hubble-avaruusteleskooppi, joka on Maan kiertoradalla sijaitseva avaruustutkimusasema. Koska se sijaitsee ilmakehän ulkopuolella, se pystyy ottamaan avaruudesta käsin tarkempia kuvia kaukaisista kohteista kuin Maan pinnalta käsin. Tästä esimerkkinä kuvassa 2 (b) on esitetty Messier 51 pyörregalaksi, joka sijaitsee 25 miljoonan valovuoden päässä Maasta.



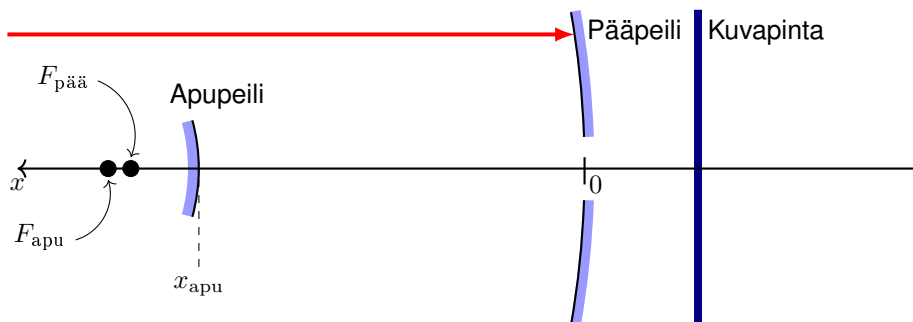
(a)



(b)

Kuva 2: (a) Hubble kiertoradalla (Nasa/ESA) (b) Messier 51 galaksi 25 miljoonan valovuoden päässä (NASA, ESA ja Hubble Heritage Team (STScI/AURA))

Optiselta osaltaan Hubble on Cassegrain-tyyppinen peilikaukoputki, joka koostuu kahdesta hyperbolisesti muotoilusta peilistä. Peilien muodon vuoksi teleskoopin alatyyppejä kutsutaan Ritchey-Chrétien -kaukoputkeksi. Kuvassa 3 on esitetty yksinkertaistettu, pallopeileihin perustuva malli sen optisesta järjestelmästä. Kovera pääpeili sijaitsee kaukoputken pohjalla, johon kaukana olevista kohteista tulevat valonsäteet saapuvat peilin pääakselin suuntaisina. Kun kohde sijaitsee kaukana, voidaan Gaussin kuvausyhtälön kohteen etäisyyttä pitää äärettömänä. Pääpeilin edessä on kupera apupeili, joka heijastaa valonsäteet pääpeilin keskellä olen reiän läpi kaukoputken kokonaispolttopisteeseen. Apupeilin tehtävä on pidentää kaukoputken kokonaispolttoväliä. Apupeilin suurennosta kutsutaan ns. toissijaiseksi suurennokseksi, joka kuvaa sitä, kuinka paljon apupeili suurentaa pääpeilin polttoväliä. Tällä järjestelyllä voidaan kaukoputken pituutta lyhentää verrattuna esimerkiksi Newtonin kaukoputkeen. Suurennos voidaan laskea jakamalla kohteen etäisyys kuvan etäisyydellä.



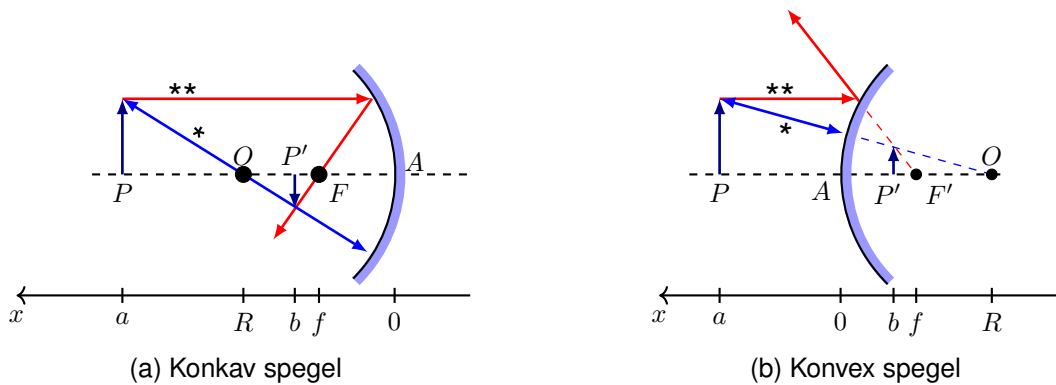
Kuva 3: Yksinkertaistettu malli Hubblen optisesta järjestelmästä. $F_{pää}$ on pääpeilin polttopiste ja F_{apu} apupeilin polttopiste. Huomaa, että kuva ei ole mittakaavassa. Punainen nuoli kuvaa teleskooppiin pääakselin suuntaisena tulevaa valonsädettä. x -akselin nollakohta on valittu pääpeilin (kuviteltuun) keskipisteeseen. Täten apupeilin paikka x_{apu} vastaa peilien välistä etäisyyttä.

Fysik | Uppgift 2. Material: Hubble-rymdteleskopets optiska system

I den geometriska optikens approximation beskrivs ljusets framskridande med strålar. I detta material undersöks sfäriska speglar och ljusets reflektion från dem.

Ljusets reflektion från sfäriska speglar

I fallet med en sfärisk spegelyta skapar spegeln en förvrängd bild av objektet. Det finns två typer av krökta speglar: en konkav spegel, vars medelpunkt är längre från betraktaren än kanterna, samt en konvex spegel, vars medelpunkt är närmare betraktaren än kanterna. I figur 1 åskådliggörs sfäriska konkava och konvexa speglar och i bilden har speglarnas olika delar utmärkts. Medelpunkten för krökningen O är i sfärens medelpunkt och ligger därmed på avståndet R från spegeln, då R är sfärens krökningsradie. Spegelns huvudaxel är linjen som går genom spegelytans medelpunkt A och medelpunkten för krökningen. En konkav spegel reflekterar strålar parallella med huvudaxeln via brännpunkten F . En konvex spegel reflekterar strålarna på så vis att de ser ut att komma från den virtuella brännpunkten F' som är innanför den konvexa sfäriska ytan. Brännvidden f är brännpunktens avstånd från spegeln mätt längs med huvudaxeln. Brännviddens belopp är hälften av spegelns krökningsradie, dvs. $f = R/2$.



Figur 1: Ljusstrålars reflektion från en konkav och en konvex sfärisk spegel. Ur figurerna framgår även positionerna för föremålet P och dess bild P' längs x -axeln. Notera att den positiva x -axeln är riktad mot vänster i figurerna.

I fallet med en sfärisk spegel kan ljusstrålarnas framskridning uppgritas med hjälp av följande regler:

- **Samtliga strålar som går genom medelpunkten för krökningen reflekteras tillbaka samma väg** (de har markerats i figurerna 1(a) och 1(b) med blåa pilar och utmärkts med *).
- **Strålar som framskrider parallellt med huvudaxeln och träffar en konkav spegel reflekteras via brännpunkten** (de har markerats i figur 1(a) med en röd pil och utmärkts med **).
- **Strålar som framskridit parallellt med huvudaxeln och träffat en konvex spegel ser ut att reflekteras från den virtuella brännpunkten** (de har markerats i figur 1(b) med en röd pil och utmärkts med **).
- Allmänt taget reflekteras strålen så att infalls- och reflektionsvinklarna är lika stora.

För de speglar som visats här gäller Gauss avbildningsekvation som härletts från reflektionslagen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

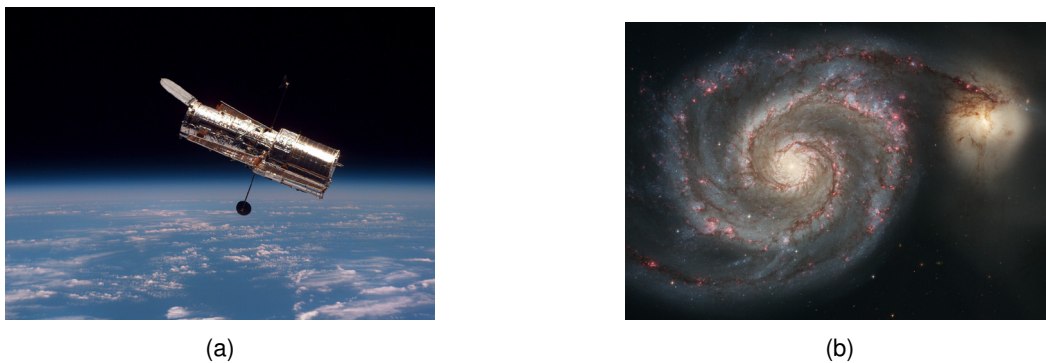
där a är föremålets avstånd till spegelytan, b den skapade bildens avstånd från spegelytan och f spegelns brännvidd. För dessa storheter gäller följande teckenkonventioner:

- Föremålets avstånd är positivt då föremålet är framför spegeln och negativt om föremålet är bakom spegeln (ett sk. virtuellt föremål som kan vara till exempel bilden som skapats av en annan spegel).

- Bildens avstånd är positivt då bilden är framför spegeln och negativt då bilden är bakom spegeln (en sk. skenbild).
- Brännvidden f och krökningsradien R är positiva för en konkav spegel och negativa för en konvex spegel.

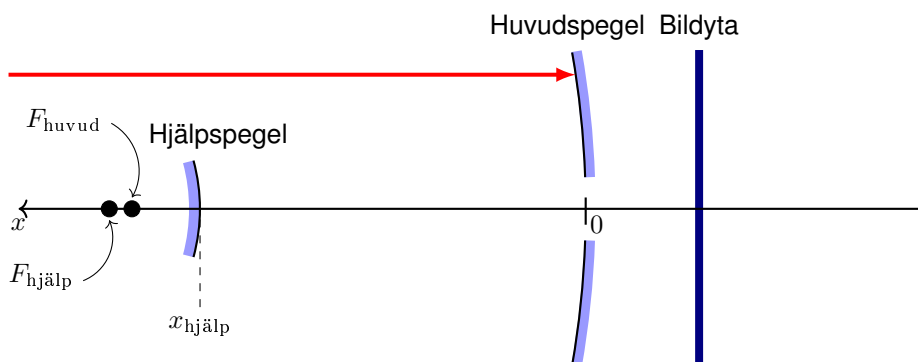
Spegelkombinationer

I flertalet praktiska tillämpningar används speglar i form av spegelkombinationer. I en kombination av två speglar fungerar bilden från den första spegeln som föremål för följande spegel som sedan skapar den slutgiltiga bilden. En sådan spegelkombination utnyttjas i Hubble-rymdteleskopet som avbildats i figur 2 (a) och är en rymdforskningsstation i omloppsbana kring jorden. Eftersom den befinner sig utanför atmosfären kan den ta noggrannare bilder av avlägsna objekt i rymden än om den vore på jordytan. Som ett exempel på detta visas i figur 2 (b) spiralgalaxen Messier 51 som befinner sig 25 miljoner ljusår från jorden.



Figur 2: (a) Hubble på sin omloppsbana (Nasa/ESA) (b) Messier 51 galaxen på 25 miljoner ljusårs avstånd (NASA, ESA och Hubble Heritage Team (STScI/AURA))

Den optiska delen av Hubble är ett spegelteleskop av Cassegraintyp som består av två hyperboliskt formade speglar. Pga. speglarnas form klassifieras teleskopet vidare som ett Ritchey-Chrétien teleskop. I figur 3 visas en förenklad modell av det optiska systemet, baserad på sfäriska speglar. En konkav huvudspegel är placerad på botten av teleskopet dit ljusstrålar från avlägsna objekt infaller parallellt med huvudaxeln. Då objektet är avlägset kan man i Gauss avbildningsekvation ange objektets avstånd som oändligt. Framför huvudspegeln finns en konvex hjälpspegel som reflekterar ljusstrålarna genom ett hål i huvudspegeln till teleskopets sammantagna brännpunkt. Hjälpspegelns uppgift är att förlänga teleskopets sammantagna brännvidd. Hjälpspegelns förstoring kallas för sekundär förstoring och beskriver hur mycket hjälpspegeln förstör huvudspegelns brännvidd. Med hjälp av detta arrangemang kan man förkorta teleskopets längd jämfört t.ex. med Newtons teleskop. Förstoringen kan beräknas genom att man delar objektets avstånd med bildens avstånd.



Figur 3: En förenklad modell av Hubbles optiska system. F_{huvud} är huvudspegelns brännpunkt och $F_{\text{hjälp}}$ hjälpspegelns brännpunkt. Observera att bilden inte är skalenlig. Den röda pilen föreställer en ljusstråle som träffar teleskopet parallellt med huvudaxeln. x -axelns nollpunkt har lagts på huvudspegelns (tänkta) medelpunkt. Därmed motsvarar hjälpspegelns position $x_{\text{hjälp}}$ avståndet mellan speglarna.

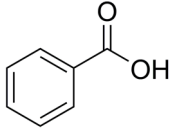
Kemia | Tehtävä 1.

Valitse yksi vaihtoehto (A–D) kuhunkin osatehtävään (1–6). Tehtävien ratkaisussa voit käyttää apuna liitteenä olevaa jaksollista järjestelmää.

Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

Vakioita: $R = 8,31451 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,0831451 \frac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, $0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$

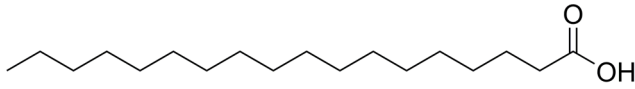
- Mikä seuraavista väittämistä on oikein?
 - Kun yksi mooli mitä tahansa happoa ionisoituu vesiliuoksessa täydellisesti, muodostuu yksi mooli H_3O^+ -ioneja.
 - Heikon yksiarvoisen hapon 0,1 M vesiliuoksen H_3O^+ -ionikonsentraatio on pienempi kuin vahvan yksiarvoisen hapon 0,1 M vesiliuoksen H_3O^+ -ionikonsentraatio.
 - Neutraalin vesiliuoksen pH on aina 7,00.
 - Vahvan hapon konsentraatio on aina suuri.
- Pommikalorimetri on laite, jolla mitataan palamisprosessissa vapautuvaa energiaa eli lämpöenergiaa. Laitteistossa on suljettu polttokammio eli pommi, jonne tutkittava näyte laitetaan. Bentsoehapon palamista tutkittiin pommikalorimetrillä laittamalla polttokammioon bentsoehappopelletti, jonka massa oli 1,0 g. Lämpöenergia, joka vapautui palamisprosessissa, oli 26,5 kJ. Laske, kuinka suuri lämpöenergia vapautuu, kun poltetaan yksi mooli bentsoehappoa.



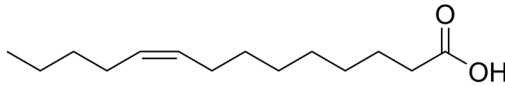
Bentsoehappo

 - 0,2 kJ
 - 3,2 kJ
 - 3,1 MJ
 - 3,2 MJ
- Turvatyönnön toiminta perustuu natriumatsidin (NaN_3) räjähdysmäiseen hajoamisreaktioon seuraavan reaktioyhtälön mukaisesti: $2 \text{NaN}_3(\text{s}) \rightarrow 2 \text{Na}(\text{s}) + 3 \text{N}_2(\text{g})$. Törmäystilanteessa tyhjä turvatyönnön täyttyy nopeasti reaktiossa vapautuvalla typpikaasulla. Mikä on vapautuvan typpikaasun tilavuus, jos 10,0 g natriumatsidia ($M = 65,02 \text{ g/mol}$) hajoaa lämpötilassa $25 \text{ } ^\circ\text{C}$ ja normaalissa ilmanpaineessa 101 325 Pa (1,01325 bar)? Oletetaan, että reaktion kaasut noudattavat ideaalikaasulakia.
 - 2,51 dm^3
 - 3,76 dm^3
 - 5,17 dm^3
 - 5,64 dm^3
- Ammoniakin valmistus ammoniakisynteesillä $\text{N}_2(\text{g}) + 3 \text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2 \text{NH}_3(\text{g})$ toteutetaan teollisuudessa tyypillisesti paineessa 20–100 MPa ja lämpötilassa 400–500 $^\circ\text{C}$. Reaktio on eksoterminen ja sen reaktiolämpö on -92 kJ/mol. Mikä seuraavista väittämistä on oikein?
 - Lämpötila ei vaikuta reaktiotasapainoon.
 - Kun lämpötilaa nostetaan, reaktiotasapaino siirtyy tuotteen (NH_3) suuntaan.
 - Kun painetta nostetaan, reaktiotasapaino siirtyy tuotteen (NH_3) suuntaan.
 - Kun lämpötilaa lasketaan, reaktiotasapaino siirtyy lähtöaineiden (N_2 ja H_2) suuntaan.

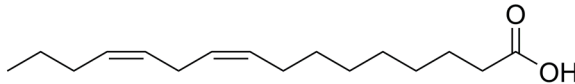
5. Rasvahapot, kuten steariinihappo, myristoleiinihappo ja linolihappo, ovat pitkäketjuisia monokarboxylihappoja, joissa on parillinen määrä hiiliatomeja. Rasvahapot voivat olla joko tyydyttyneitä, kertatyydyttymättömiä tai monityydyttymättömiä. Mikä seuraavista väittämistä on oikein?



Steariinihappo



Myristoleiinihappo



Linolihappo

- A. Tyydyttyneet rasvahapot ovat tyypillisesti vesiliukoisia yhdisteitä.
B. Rasvahappojen ja natriumhydroksidin välisessä reaktiossa muodostuu vettä.
C. Tyydyttymättömien rasvahappojen hydraus tarkoittaa veden liittämistä hiili-hiili kaksoissidoksiin.
D. Kertatyydyttymättömillä rasvahapoilla ei esiinny stereoisomeriaa.
6. Alkuaineanalyysin mukaan eräs puutuhka sisältää 30 massaprosenttia (m-%) kalsiumia. Kalsium on tuhkassa karbonaattina (CaCO_3 , $M = 100,09 \text{ g/mol}$). Kuinka paljon rikkihappoa (H_2SO_4 , $M = 98,086 \text{ g/mol}$) voidaan neutraloida sadalla kilogrammalla tätä tuhkaa? (Muut tuhkan sisältämät yhdisteet eivät neutraloi rikkihappoa eivätkä reagoi kalsiumkarbonaatin kanssa.)
- A. 14,7 kg
B. 29,4 kg
C. 36,7 kg
D. 73,4 kg

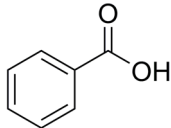
Kemi | Uppgift 1.

Välj ett alternativ (A–D) för varje deluppgift (1–6). Du kan använda det bifogade periodiska systemet som hjälp när du löser uppgifterna.

Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Konstanter: $R = 8,31451 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,0831451 \frac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, $0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$

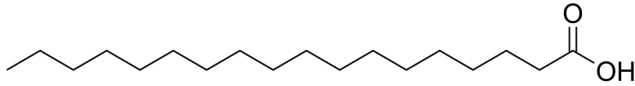
- Vilket av följande påståenden är rätt?
 - När en mol vilken som helst syra joniseras fullständigt i en vattenlösning, bildas en mol H_3O^+ -joner.
 - H_3O^+ -jonkoncentrationen i en 0,1 M vattenlösning av en envärd svag syra är mindre än H_3O^+ -jonkoncentrationen i en 0,1 M vattenlösning av en envärd stark syra.
 - pH för en neutral vattenlösning är alltid 7,00.
 - Koncentrationen av en stark syra är alltid hög.
- Bombkalorimetern är ett instrument, som används för att mäta energin som frigörs i en förbränningsprocess, d.v.s. värmemängden. I apparaturen finns en slutna förbränningskammare d.v.s. en bomb, vart det undersökta provet placeras. Förbränningen av bensoesyra undersöktes i en bombkalorimeter genom att placera en bensoesyrapellet med massan 1,0 g i förbränningskammaren. Värmemängden, som frigjordes i förbränningsprocessen, var 26,5 kJ. Beräkna hur stor värmemängd frigörs, när en mol bensoesyra förbränns.



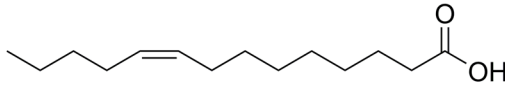
Bensoesyra

 - 0,2 kJ
 - 3,2 kJ
 - 3,1 MJ
 - 3,2 MJ
- Krockkuddens funktion baserar sig på natriumazidens (NaN_3) explosionsartade sönderfallsreaktion enligt följande reaktionslikhet: $2 \text{NaN}_3(\text{s}) \rightarrow 2 \text{Na}(\text{s}) + 3 \text{N}_2(\text{g})$. Vid en kollision fylls den tomma krockkudden snabbt med kvävgasen som frigörs i reaktionen. Vad är volymen av den frigjorda kvävgasen, om 10,0 g natriumazid ($M = 65,02 \text{ g/mol}$) sönderfaller vid temperaturen $25 \text{ } ^\circ\text{C}$ och vid normalt lufttryck $101\,325 \text{ Pa}$ (1,01325 bar)? Man kan anta, att gaserna i reaktionen följer idealgaslagen.
 - $2,51 \text{ dm}^3$
 - $3,76 \text{ dm}^3$
 - $5,17 \text{ dm}^3$
 - $5,64 \text{ dm}^3$
- Framställningen av ammoniak med ammoniaksyntes $\text{N}_2(\text{g}) + 3 \text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2 \text{NH}_3(\text{g})$ genomförs i industrin typiskt vid trycket 20–100 MPa och vid temperaturen 400–500 $^\circ\text{C}$. Reaktionen är exoterm och dess reaktionsvärme är -92 kJ/mol . Vilket av följande påståenden är rätt?
 - Temperaturen påverkar inte i reaktionsjämvikten.
 - När temperaturen höjs, förskjuts reaktionsjämvikten mot produkten (NH_3).
 - När trycket höjs, förskjuts reaktionsjämvikten mot produkten (NH_3).
 - När temperaturen sänks, förskjuts reaktionsjämvikten mot utgångsmaterial (N_2 och H_2).

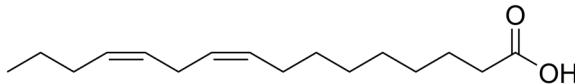
5. Fettsyror, så som stearinsyra, myristoleinsyra och linolsyra, är långkedjade monokarboxylsyror med ett jämnt antal kolatomer. Fettsyror kan vara antingen mättade, enkelomättade eller fleromättade. Vilket av följande påståenden är rätt?



Stearinsyra



Myristoleinsyra



Linolsyra

- A. De mättade fettsyror är typiskt vattenlösliga föreningar.
B. I reaktionen mellan fettsyror och natriumhydroxid bildas vatten.
C. Hydrogenering av omättade fettsyror innebär addition av vatten till kol-kol dubbelbindningar.
D. De enkelomättade fettsyror uppvisar ingen stereokemi.
6. Enligt en grundämnesanalys innehåller en viss träaska 30 massprocent (m-%) kalcium. Kalcium är i askan som karbonat (CaCO_3 , $M = 100,09 \text{ g/mol}$). Hur mycket svavelsyra (H_2SO_4 , $M = 98,086 \text{ g/mol}$) kan neutraliseras med hundra kilogram av denna aska? (De övriga föreningarna i askan neutraliserar inte svavelsyran och reagerar inte med kalciumkarbonat)
- A. 14,7 kg
B. 29,4 kg
C. 36,7 kg
D. 73,4 kg

Kemia | Tehtävä 2.

Vastaa aineiston perusteella osatehtäviin (a-d). Tehtävien ratkaisussa voit käyttää apuna liitteenä olevaa jaksollista järjestelmää.

Vakio: $K_w = 10^{-14}$ (mol/l)²

a) Valitse vaihtoehdoista **1–5** kuvassa 2 esitetyn sähkösaostuslaitteiston anodi- ja katodireaktiot.

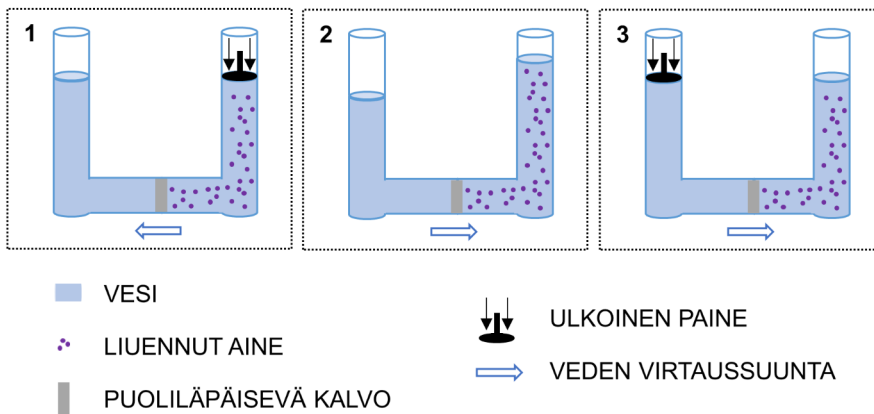
1. $\text{Al(s)} \rightarrow \text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3 \text{e}^-$
2. $\text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Al(s)}$
3. $2 \text{Al(s)} + 6 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2 [\text{Al}(\text{OH})_4]^- (\text{aq}) + 3 \text{H}_2(\text{g})$
4. $2 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2 \text{OH}^-(\text{aq})$
5. $\text{H}_2(\text{g}) + 2 \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{e}^-$

Anna vastauksesi vastausvihossa muodossa

- **anodireaktio:** reaktion numero (1, 2, 3, 4 tai 5)
- **katodireaktio:** reaktion numero (1, 2, 3, 4 tai 5)

(1 p.)

b) Mikä alla olevista kaavioista (1, 2 tai 3) kuvaa meriveden puhdistamista käänteisosmoosilla? Perustele vastauksesi lyhyesti.



(1 p.)

c) Sähkösaostuksella käsitellään 1500 litraa merivettä, jonka nikkelpitoisuuden tiedetään olevan normaalia korkeampi. Laitteiston pohjalle kertynyt saostuma sisältää 52,3 mg nikkeli(II)hydroksidia ($\text{Ni}(\text{OH})_2$, $M = 92,706$ g/mol). Tiedetään, että tämän menetelmän avulla saadaan vedestä poistettua 55 % metallimoleista. Laske käsitellyn veden nikkelpitoisuus. Täyttääkö näin puhdistettu vesi Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen (683/2017) mukaisen laatuvaatimuksen nikkelin osalta? ($1 \text{ g} = 10^3 \text{ mg} = 10^6 \mu\text{g}$)

(2 p.)

d) Kuinka paljon natriumhydroksidia (NaOH , $M = 39,998$ g/mol) tulee lisätä käänteisosmoosin jälkeen 1500 litraan käsiteltyä merivettä, kun pH halutaan säätää Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen (683/2017) mukaiseen suurimpaan sallittuun arvoon? Oletetaan, että käänteisosmoosi on tuottanut puhdasta vettä.

(2 p.)

Kemi | Uppgift 2.

Besvara deluppgifterna (a-d) utgående från materialet. Du kan använda det bifogade periodiska systemet som hjälp när du löser uppgifterna.

Konstant: $K_w = 10^{-14} \text{ (mol/l)}^2$

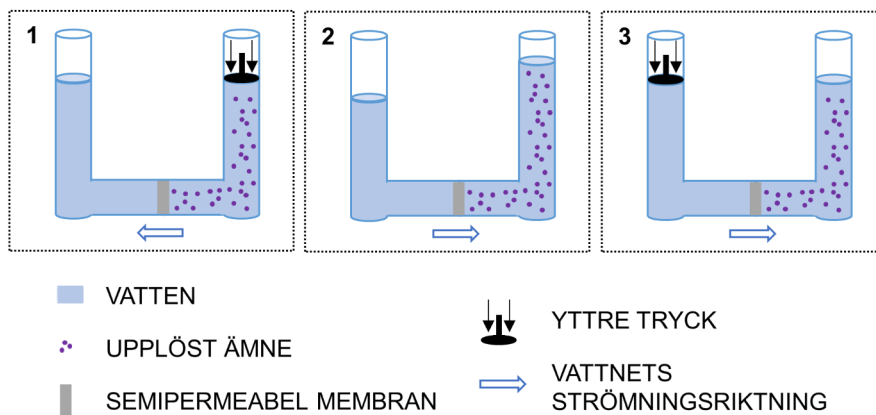
a) Välj bland alternativen **1–5** anod- och katodreaktionerna för elektrokoagulationsanläggningen som beskrivs i figur 2.

1. $\text{Al(s)} \rightarrow \text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3 \text{e}^-$
2. $\text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Al(s)}$
3. $2 \text{Al(s)} + 6 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2 [\text{Al}(\text{OH})_4]^- (\text{aq}) + 3 \text{H}_2(\text{g})$
4. $2 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2 \text{OH}^-(\text{aq})$
5. $\text{H}_2(\text{g}) + 2 \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O(l)} + 2 \text{e}^-$

Ange ditt svar i svarshäftet i följande form

- **anodreaktion:** reaktionens nummer (**1, 2, 3, 4** eller **5**)
 - **katodreaktion:** reaktionens nummer (**1, 2, 3, 4** eller **5**)
- (1 p.)

b) Vilket av scheman nedan (**1, 2** eller **3**) beskriver rening av havsvatten med omvänd osmos? Motivera kort ditt svar.



(1 p.)

c) Elektrokoagulation används för att behandla 1500 liter havsvatten, som är känd för att ha högre nickelhalt än normalt. Sedimentet, som samlas i botten av anläggningen, innehåller 52,3 mg nickel(II)hydroxid ($\text{Ni}(\text{OH})_2$, $M = 92,706 \text{ g/mol}$). Det är känt att med hjälp av denna metod kan man ta bort 55 % av metallmol från vatten. Beräkna nickelhalten för det behandlade vattnet. Uppfyller vattnet, som är renat med denna metod, kvalitetskravet för nickels del enligt Social- och hälsovårdsministeriets förordning (683/2017)? ($1 \text{ g} = 10^3 \text{ mg} = 10^6 \text{ } \mu\text{g}$)

(2 p.)

d) Hur mycket natriumhydroxid (NaOH , $M = 39,998 \text{ g/mol}$) skall tillsättas efter omvänd osmos i 1500 liter behandlad havsvatten, när pH skall justeras till det högsta tillåtna värdet enligt Social- och hälsovårdsministeriets ordning (683/2017)? Man kan anta att omvänd osmos har producerat rent vatten.

(2 p.)

Kemia | Tehtävä 2. Aineisto: Talousvettä merivedestä

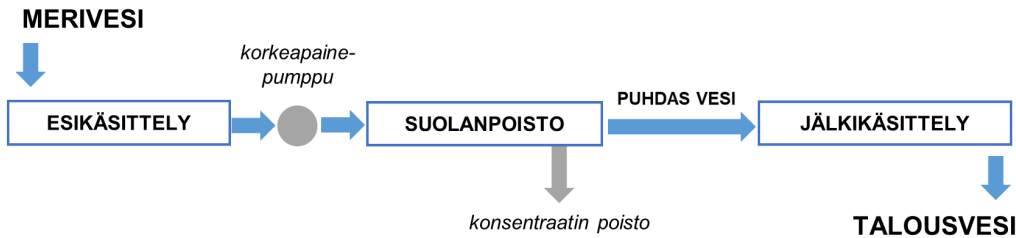
Yhdistyneiden kansakuntien (YK) kestävän kehityksen tavoiteohjelma (Agenda2030) koostuu 17 tavoitteesta, joista yksi on puhdas vesi ja sanitaatio. Maapallon kasvavan väestömäärän puhtaan veden tarve tulee ylittämään maapallon makean veden varannot, ja näin ollen talousvettä tullaan tulevaisuudessa valmistamaan yhä enenevässä määrin esimerkiksi merivedestä.

Ennen kuin merivettä voidaan turvallisesti käyttää talousvetenä, tulee se puhdistaa. Puhdistusprosessissa merivedestä poistetaan ihmisille sopimattomat yhdisteet ja mikrobit. Lopuksi mineraalipitoisuus säädetään talousvedelle sopivaksi. Merivedestä tuotetun talousveden tulee luonnollisesti täyttää kaikki talousvedelle määritellyt maakohtaiset laatuvaatimukset. Taulukossa 1 on esitetty Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen (683/2017) mukaiset talousveden laatuvaatimukset Suomessa.

Taulukko 1: Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen (683/2017) mukaiset talousveden laatuvaatimukset ja -tavoitteet.

	ENIMMÄISARVO
<i>Pääosin raakavedestä peräisin olevat muuttujat</i>	
Arseeni	10 µg/l
Bentseeni	1,0 µg/l
Boori	1,0 mg/l
1,2-Dikloorietaani	3,0 µg/l
Elohopea	1,0 µg/l
Fluoridi	1,5 mg/l
Nitraatti (NO ₃ ⁻)	50 mg/l
Seleeni	10 µg/l
Syanidit	50 µg/l
Tetrakloorieteeni ja trikloorieteeni yhteensä	10 µg/l
Torjunta-aineet	0,10 µg/l
Torjunta-aineet yhteensä	0,50 µg/l
Uraani	30 µg/l
<i>Desinfioinnin sivutuotteet</i>	
Bromaatti	10 µg/l
Trihalometaanit yhteensä	100 µg/l
<i>Pääosin vedenkäsittelykemikaaleista ja verkostomateriaaleista peräisin olevat muuttujat</i>	
pH	9,5
Akryyliamidi	0,10 µg/l
Epikloorihydriini	0,10 µg/l
Vinyyliskloridi	0,50 µg/l
Polysykliset aromaattiset hiilivedyt yhteensä	0,10 µg/l
Bentso(a)pyreeni	0,010 µg/l
<i>Muuttujat, joihin kiinteistön vesilaitteisto voi vaikuttaa merkittävästi</i>	
Antimoni	5,0 µg/l
Kadmium	5,0 µg/l
Kromi	50 µg/l
Kupari	2,0 mg/l
Lyijy	10 µg/l
Nikkeli	20 µg/l
Nitriitti (NO ₂ ⁻)	0,50 mg/l

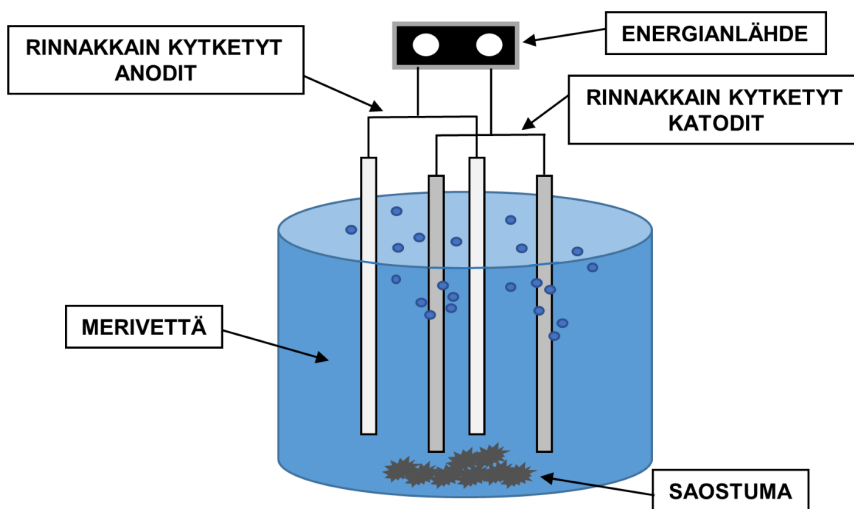
Meriveden käsittely talousvedeksi koostuu kolmesta vaiheesta: esikäsittely, suolanpoisto ja jälkikäsittely (Kuva 1). Esikäsittelyssä poistetaan hiekkaa, savea ja muita suurempikokoisia epäpuhtauksia esimerkiksi suodattamalla. Suolanpoistossa meriveden mineraalipitoisuutta vähennetään. Jälkikäsittelyssä veden kovuus (kalsium- ja magnesiumionien pitoisuus) ja pH säädetään talousvedelle sopiviksi.



Kuva 1: Meriveden käsittely talousvedeksi.

Sähkösaostus on yksi tutkimusten kohteena oleva vedenpuhdistusmenetelmä. Menetelmää voidaan kuvata seuraavalla tavalla: metalli-ionit, jotka vapautuvat elektrolyysilaitteiston elektrodeilta, muodostavat yhdisteitä, joiden vaikutuksesta epäpuhtaudet koaguloituvat eli muodostavat suurempia saostumia, jotka painuvat laitteiston pohjalle. Sivureaktiona tapahtuu flotaatio eli osa epäpuhtauksista erottuu laitteistossa muodostuvien kaasukuplien (flokkulanttien) avulla veden pinnalle, jolta ne voidaan poistaa. Sähkösaostuksella voidaan poistaa yli 50 % raakaveden metalliyhdisteistä, mikrobeista ja orgaanisista yhdisteistä.

Kuvassa 2 on esitetty yksinkertaistettu sähkösaostuslaitteisto. Tässä laitteistossa on elektrodimateriaalina käytetty alumiinia. Anodi hapettuu ja katodi toimii inerttinä eli reagoimattomana elektrodina. Vedestä muodostuva vetykaasu toimii flokkulanttina. Laitteistossa muodostuu myös alumiinihydroksidia, joka koaguloi muita epäpuhtauksia vedestä.



Kuva 2: Yksinkertaistettu sähkösaostuslaitteisto.

Suolanpoisto voidaan tehdä käänteisosmoosilaitteiston avulla. Käänteisosmoosi perustuu puoliläpäisevän kalvon ominaisuuteen päästää ainoastaan vesimolekyylit kalvon läpi. Luontaisesti konsentraatioerot pyrkivät tasoittumaan siten, että vesi virtaa puoliläpäisevän kalvon läpi suuremman suolakonsentraation puolelle laimentaen näin väkevämpää liuosta. Tätä kutsutaan osmoosiksi. Käänteisosmoosissa vesimolekyylit pakotetaan ulkoisen paineen avulla päinvastaiseen suuntaan ja näin saadaan tuloksena puhdistettua vettä ja suolakonsentraattia.

Jälkikäsittelyssä veteen lisätään esimerkiksi kalsiumoksidia, kalsiumhydroksidia tai kalsiumkarbonaattia veden kovuuden palauttamiseksi talousvedelle käyttökelpoiselle tasolle. Lopuksi pH säädetään sopivaksi lisäämällä esimerkiksi natriumhydroksidia.

Kemi | Uppgift 2. Material: Hushållsvatten ur havsvatten

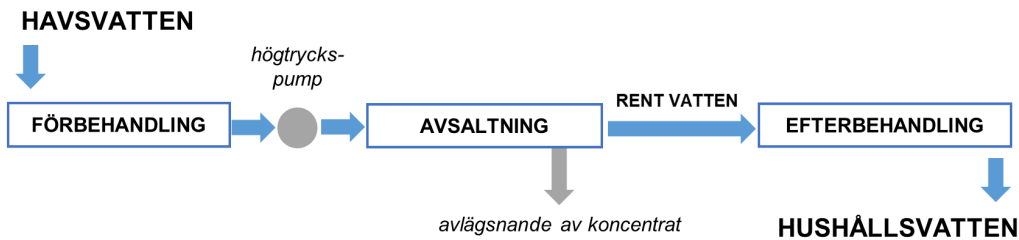
Förenta nationernas (FN) handlingsplan för hållbar utveckling (Agenda2030) består av 17 målsättningar, varav en är rent vatten och sanitet. Den ökande människopopulationens behov av rent vatten kommer att överstiga jordens sötvattenreserv, och därmed kommer man i framtiden i ökande grad att framställa hushållsvatten ur till exempel havsvatten.

Innan havsvatten kan tryggt användas som hushållsvatten, skall det renas. I reningsprocessen tas bort de föreningar och mikrober som är olämpliga för människan. Till sist justeras mineralhalten till en nivå som är lämplig för hushållsvatten. Hushållsvatten som är producerat ur havsvatten skall naturligtvis uppfylla alla landspecifika kvalitetskriterier som är definierade för hushållsvatten. I tabell 1 presenteras kvalitetskrav för hushållsvatten i Finland enligt Social- och hälsovårdsministeriets förordning (683/2017).

Tabell 1: Kvalitetskrav på och kvalitetsmål för hushållsvatten enligt Social- och hälsovårdsministeriets förordning (683/2017).

	MAXIMIVÄRDE
<i>Parametrar som huvudsakligen härrör från råvatten</i>	
Arsenik	10 µg/l
Bensen	1,0 µg/l
Bor	1,0 mg/l
1,2-Dikloreten	3,0 µg/l
Kvicksilver	1,0 µg/l
Fluorid	1,5 mg/l
Nitrat (NO ₃ ⁻)	50 mg/l
Selen	10 µg/l
Cyanider	50 µg/l
Tetrakloreten och trikloreten, totalt	10 µg/l
Pesticider	0,10 µg/l
Pesticider, totalt	0,50 µg/l
Uran	30 µg/l
<i>Biprodukter från desinfektionen</i>	
Bromat	10 µg/l
Trihalometaner, totalt	100 µg/l
<i>Parametrar som huvudsakligen härrör från vattenberedningskemikalier och nätmaterial</i>	
pH	9,5
Akrylamid	0,10 µg/l
Epiklorhydrin	0,10 µg/l
Vinylklorid	0,50 µg/l
Polycykliska aromatiska kolväten, totalt	0,10 µg/l
Benso(a)pyren	0,010 µg/l
<i>Parametrar som fastighetens vattenanordning kan inverka på i betydande utsträckning</i>	
Antimon	5,0 µg/l
Kadmium	5,0 µg/l
Krom	50 µg/l
Koppar	2,0 mg/l
Bly	10 µg/l
Nickel	20 µg/l
Nitrit (NO ₂ ⁻)	0,50 mg/l

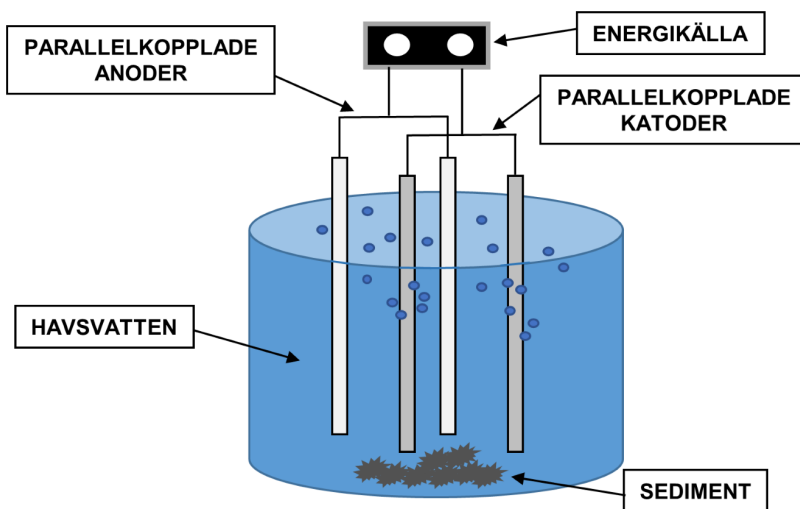
Behandling av havsvatten till hushållsvatten består av tre steg: förbehandling, avsaltning och efterbehandling (Figur 1). Vid förbehandling tas bort sand, lera och andra större föroreningar till exempel genom filtrering. Vid avsaltning minskas havsvattnets mineralhalt. Vid efterbehandling justeras vattnets hårdhet (halten av kalcium- och magnesiumjoner) och pH till nivåer som är lämpliga för hushållsvatten.



Figur 1: Behandling av havsvatten till hushållsvatten.

Elektrokoagulation är en vattenreningsmetod under utveckling. Metoden kan beskrivas på följande sätt: metalljoner, som frigörs från elektrolysanläggningens elektroder, bildar föreningar, som får föroreningarna att koagulera, d.v.s. bilda större sediment som sjunker till botten av anläggningen. Som sidoreaktion sker flotation d.v.s. en del av föroreningarna separeras med hjälp av gasbubblorna, som bildas i anläggningen (flockulanter), till vattenytan, varifrån de kan avlägsnas. Över 50 % av råvattnets metallföreningar, mikrober och organiska föreningar kan avlägsnas med elektrokoagulation.

I figur 2 visas en förenklad elektrokoagulationsanläggning. I denna anläggning används aluminium som elektrodmaterial. Anoden oxideras och katoden fungerar som en inert, alltså icke reagerande, elektrod. Vätgasen som bildas av vatten fungerar som flockulant. I anläggningen bildas även aluminiumhydroxid, som koagulerar andra föroreningar från vatten.



Figur 2: Förenklad elektrokoagulationsanläggning.

Avsaltningen kan göras med hjälp av en omvänd osmos-anläggning. Omvänd osmos baserar sig på semipermeabla membranets egenskap att släppa igenom endast vattenmolekylerna. Normalt strävar koncentrationsskillnaderna efter att jämnas ut genom att vatten strömmar genom det semipermeabla membranet till sidan med högre saltkoncentration, varvid den starkare lösningen späds ut. Detta kallas för osmos. Vid omvänd osmos tvingas vattenmolekylerna med hjälp av ett yttre tryck mot det motsatta hållet och som resultat fås renat vatten och saltkoncentrat.

Vid efterbehandling adderas till exempel kalciumoxid, kalciumhydroxid eller kalciumkarbonat till vatten för att återställa vattnets hårdhet till en nivå som är lämplig för hushållsvatten. Till sist justeras pH till en lämplig nivå genom att tillsätta till exempel natriumhydroxid.

Jaksollinen järjestelmä | Periodiska systemet

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	1 H 1,008																	2 He 4,003	
2	3 Li 6,941	4 Be 9,012															8 O 16,00	9 F 19,00	10 Ne 20,18
3	11 Na 22,99	12 Mg 24,31															16 S 32,07	17 Cl 35,45	18 Ar 39,95
4	19 K 39,10	20 Ca 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,87	23 V 50,94	24 Cr 52,00	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85	27 Co 58,93	28 Ni 58,69	29 Cu 63,55	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,63	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,90	36 Kr 83,80	
5	37 Rb 85,47	38 Sr 87,62	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,94	43 Tc (98)	44 Ru 101,07	45 Rh 102,91	46 Pd 106,42	47 Ag 107,87	48 Cd 112,41	49 In 114,82	50 Sn 118,71	51 Sb 121,76	52 Te 127,60	53 I 126,90	54 Xe 131,29	
6	55 Cs 132,91	56 Ba 137,33	57-71	72 Hf 178,49	73 Ta 180,95	74 W 183,84	75 Re 186,21	76 Os 190,23	77 Ir 192,22	78 Pt 195,08	79 Au 196,97	80 Hg 200,59	81 Tl 204,38	82 Pb 207,2	83 Bi 208,98	84 Po	85 At	86 Rn	
7	87 Fr	86 Ra	89-103	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Nh	114 Fl	115 Mc	116 Lv	117 Ts	118 Og	

1 järjestysluku
kemiallinen merkki
atomimassa

2 atominummer
kemistit tecken
atommassa

Lantanoidit/ lantanoideer	57 La 138,91	58 Ce 140,12	59 Pr 140,91	60 Nd 144,24	61 Pm	62 Sm 150,36	63 Eu 151,96	64 Gd 157,25	65 Tb 158,93	66 Dy 162,50	67 Ho 164,93	68 Er 167,26	69 Tm 168,93	70 Yb 173,05	71 Lu 174,97
Aktinoidit/ aktinoideer	89 Ac	90 Th 232,04	91 Pa 231,04	92 U 238,03	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

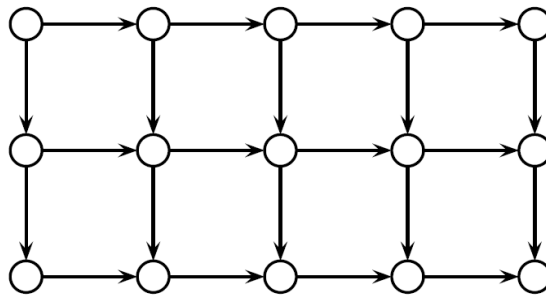
Ongelmanratkaisu | Tehtävä 1.

Valitse yksi vaihtoehto (A–D) kuhunkin osatehtävään (1–6).

Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

1. Kuinka monta reittiä on alla olevan kuvan vasemman yläkulman solmusta oikean alakulman solmuun? Solmuista toiseen siirrytään nuolien suuntaisesti.

- A. 10.
- B. 12.
- C. 15.
- D. 18.



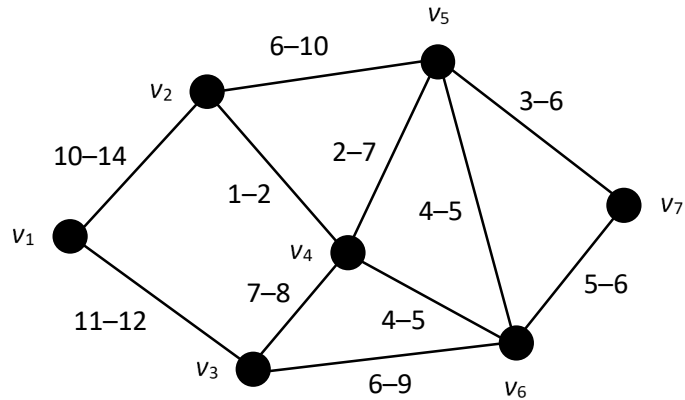
2. Otetaan lähtökohdiksi luvut 15 ja 24. Muodostetaan uusia lukuja ottamalla mitkä tahansa kaksi jo löydettyä lukua ja laskemalla ne yhteen tai vähentämällä ne toisistaan. Jokaisen luvun saa käyttää useaan kertaan. Esimerkiksi yhteenlaskulla $15+15$ saadaan 30. Koska 30 on nyt löydetty, voidaan jatkaa laskemalla $30-24$, jolloin löydetään 6. Mikä on pienin positiivinen luku, joka voidaan löytää tällä tavalla käyttämällä korkeintaan neljää laskutoimitusta?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 6.

3. Tutkitaan kolikoita, joista yksi on väärennetty ja muut aitoja. Kolikot ovat muuten samanpainoisia, mutta väärennetty on joko muita painavampi tai kevyempi. Käytössä on vaaka, jossa on kaksi tasoa, joista molemmille voidaan asettaa niin monta kolikkoa kuin halutaan. Vaaka osoittaa, kumpi kolikkokasoista on painavampi tai että kolikkokasat ovat yhtä painavat. Mikä on suurin määrä kolikoita, josta voidaan varmasti tunnistaa väärennetty kolikko korkeintaan kahdella punnituksella?

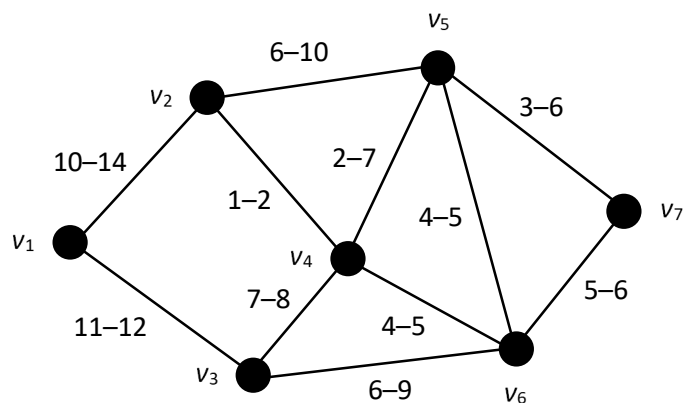
- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

4. Alla olevan kuvan graafissa solmupisteet v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) esittävät kaupunginosia. Solmupisteiden väliset viivat esittävät kaupunginosien välisiä tieyhteyksiä. Kunkin viivan kohdalla esitetään matkaan kuluva minimi- ja maksimiaika. Kaksi solmua ovat toistensa naapureita, jos niitä yhdistää viiva.



Autonominen ajoneuvo kuljettaa ruokaostoksia kaupunginosasta v_1 kaupunginosaan v_7 siirtymällä nykyisestä solmusta aina johonkin naapurisolmuun. Mikä on lyhin mahdollinen matka-aika, kun autonominen ajoneuvo saa käydä maksimissaan kahdessa kaupunginosassa lähtö- ja pääpisteiden välillä?

- A. 30.
B. 27.
C. 16.
D. 19.
5. Alla olevan kuvan graafissa solmupisteet v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) esittävät kaupunginosia. Solmupisteiden väliset viivat esittävät kaupunginosien välisiä tieyhteyksiä. Kunkin viivan kohdalla esitetään matkaan kuluva minimi- ja maksimiaika. Kaksi solmua ovat toistensa naapureita, jos niitä yhdistää viiva.

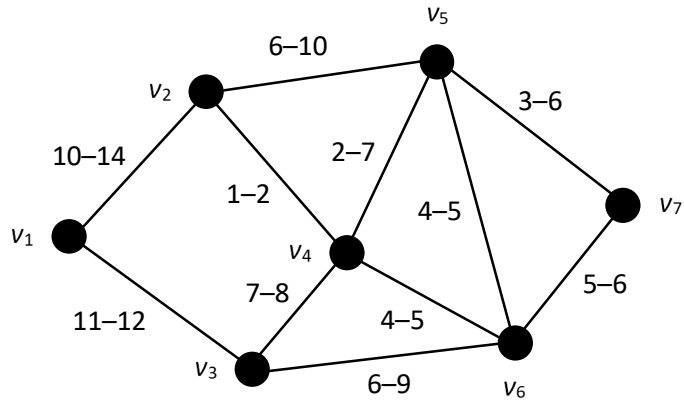


Autonominen ajoneuvo kuljettaa ruokaostoksia kaupunginosasta v_1 kaupunginosaan v_7 . Kussakin solmupisteessä ajoneuvon tekoäly valitsee seuraavan solmupisteeseen seuraavan säännön mukaisesti: siirry naapurisolmuun, jossa ei ole vielä käyty ja johon on pienin matkan maksimiaika.

Missä kaupunginosissa autonominen ajoneuvo ei käy?

- A. Käy kaikissa.
B. v_3 ja v_5 .
C. v_6 .
D. v_2, v_4 , ja v_5 .

6. Alla olevan kuvan graafissa solmupisteet v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) esittävät kaupunginosia. Solmupisteiden väliset viivat esittävät kaupunginosien välisiä tieyhteyksiä. Kunkin viivan kohdalla esitetään matkaan kuluva minimi- ja maksimiaika. Kaksi solmua ovat toistensa naapureita, jos niitä yhdistää viiva.



Autonominen ajoneuvo kuljettaa ruokaostoksia kaupunginosasta v_1 kaupunginosaan v_7 . Kussakin solmupisteessä ajoneuvon tekoäly valitsee seuraavan solmupisteeseen sääntöjen (1) ja (2) mukaisesti: (1) Mikäli nykyisen solmun indeksi i on parillinen, siirry naapurisolmuun, jonka indeksi on nykyistä solmua suurempi ja johon matkan minimiaika on pienin. (2) Mikäli nykyisen solmun indeksi on pariton, siirry naapurisolmuun, jonka indeksi on nykyistä solmua suurempi ja johon matkan maksimiaika on pienin.

Mikä on autonomisen ajoneuvon valitseman reitin maksimiaika?

- A. 30.
- B. 39.
- C. 32.
- D. 38.

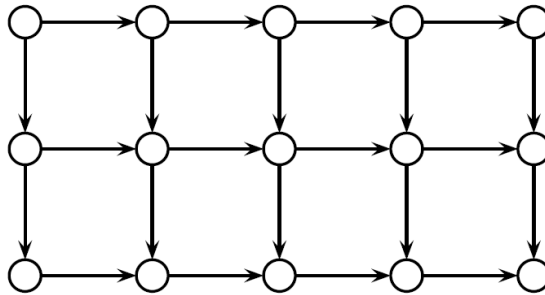
Problemlösning | Uppgift 1.

Välj ett alternativ (A–D) för varje deluppgift (1–6).

Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

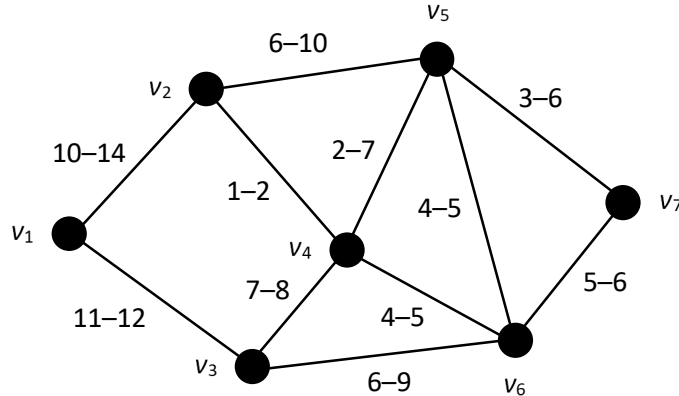
1. Hur många vägar finns det i figuren nedan från det vänstra övre hörnets nod till det högra nedre hörnets nod?
Följ pilens riktning från en nod till en annan.

- A. 10.
- B. 12.
- C. 15.
- D. 18.



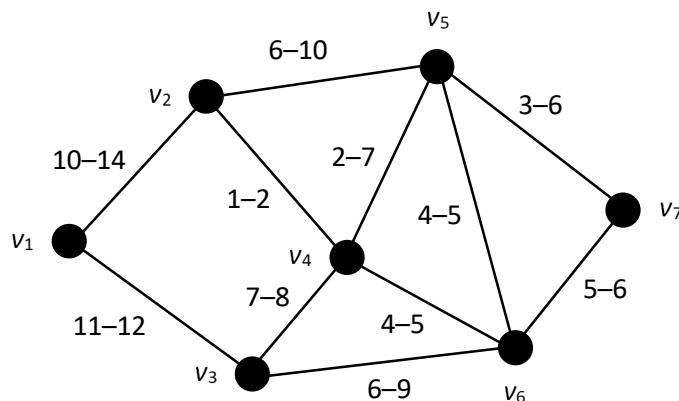
2. Ta talen 15 och 24 som utgångspunkt. Skapa nya tal genom att ta vilka två redan funna tal som helst och addera dem eller subtrahera dem. Varje tal får användas flera gånger. Till exempel additionen $15+15$ ger 30. Eftersom 30 nu har hittats går det att fortsätta att räkna $30-24$, som ger 6. Vad är det minsta positiva talet som man kan finna på det här sättet genom att använda högst fyra beräkningar?
- A. 1.
 - B. 2.
 - C. 3.
 - D. 6.
3. Vi undersöker mynt varav ett är förfalskat och de övriga är äkta. Mynten är annars lika tunga men det förfalskade är antingen tyngre eller lättare än de övriga. Det finns en våg i användning som har två skålar och i båda skålarna kan vi placera så många mynt som vi vill. Vågen visar antingen vilken mynthög som är tyngre eller att mynthögarna är lika tunga. Vad är det högsta antalet mynt som vi kan ha och med säkerhet identifiera det förfalskade myntet med högst två vägningar?
- A. 3.
 - B. 4.
 - C. 5.
 - D. 6.

4. I figuren nedan föreställer grafens nodpunkter v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) stadsdelar. Strecken mellan nodpunkterna föreställer vägförbindelser mellan stadsdelarna. Vid varje streck visas resans minimi- och maximitid. Två noder är varandras grannar om de förenas med ett streck.



Ett autonomt fordon transporterar matinköp från stadsdel v_1 till stadsdel v_7 genom att alltid förflytta sig från nuvarande nod till någon av grannoderna. Vilken är den kortaste möjliga resetiden om det autonoma fordonet får besöka maximalt två stadsdelar mellan start- och målpunkterna?

- A. 30.
B. 27.
C. 16.
D. 19.
5. I figuren nedan föreställer grafens nodpunkter v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) stadsdelar. Strecken mellan nodpunkterna föreställer vägförbindelser mellan stadsdelarna. Vid varje streck visas resans minimi- och maximitid. Två noder är varandras grannar om de förenas med ett streck.

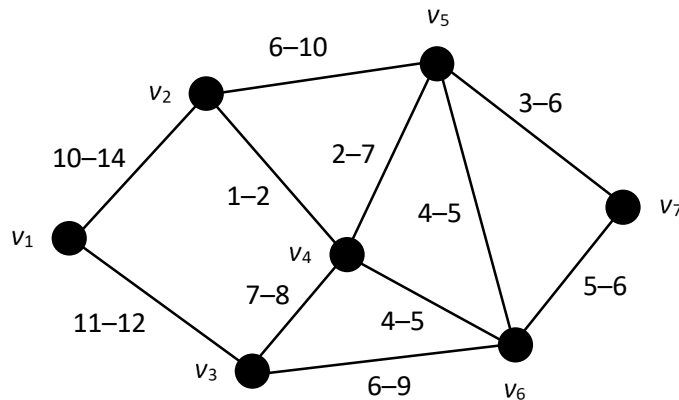


Ett autonomt fordon transporterar matinköp från stadsdel v_1 till stadsdel v_7 . Vid varje nodpunkt väljer fordonets artificiella intelligens nästa nodpunkt enligt följande regel: förflytta dig till den grannod där du ännu inte har varit och dit resans maximitid är kortast.

Vilken stadsdel besöker inte det autonoma fordonet?

- A. Det besöker alla.
B. v_3 och v_5 .
C. v_6 .
D. v_2 , v_4 , och v_5 .

6. I figuren nedan föreställer grafens nodpunkter v_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) stadsdelar. Strecken mellan nodpunkterna föreställer vägförbindelser mellan stadsdelarna. Vid varje streck visas resans minimi- och maximitid. Två noder är varandras grannar om de förenas med ett streck.



Ett autonomt fordon transporterar matinköp från stadsdel v_1 till stadsdel v_7 . Vid varje nodpunkt väljer fordonets artificiella intelligens nästa nodpunkt enligt reglerna (1) och (2): (1) Om den nuvarande nodens index i är ett jämnt tal ska du förflytta dig till grannnoden vars index är större än den nuvarande nodens och dit resans minimitid är kortast. (2) Om den nuvarande nodens index är ett udda tal ska du förflytta dig till grannnoden vars index är större än den nuvarande nodens och dit resans maximitid är kortast.

Vad är maximitiden för den väg som det autonoma fordonet väljer?

- A. 30.
- B. 39.
- C. 32.
- D. 38.

Ongelmanratkaisu | Tehtävä 2.

Vastaa aineiston perusteella osatehtäviin (a–c).

- a) Kuinka monta henkilöä on kussakin joukossa ajanhetkellä $t = 3$? Esitä ratkaisusi välivaiheet. (2 p.)
- b) Millä ajanhetkellä saavutetaan epidemian huippu, jolloin sairastuneiden määrä on suurimmillaan? Millä ajanhetkellä epidemia on ohi? Perustele vastauksesi. (2 p.)
- c) Aineistossa annetut oletukset ovat yksinkertaistuksia, minkä vuoksi malli ei anna kovin realistista kuvaa todellisten epidemioiden kulusta. Esitä yhteensä neljä puutetta oletuksista (O2), (O3) ja (O4). (2 p.)

Problemlösning | Uppgift 2.

Svara på delfrågorna (a–c) utgående från materialet.

- a) Hur många personer finns det i varje grupp vid tidpunkten $t = 3$? Presentera mellanstegen i din lösning. (2 p.)
- b) Vid vilken tidpunkt uppnås epidemins topp då de insjuknades antal är som störst? Vid vilken tidpunkt är epidemin över? Motivera ditt svar. (2 p.)
- c) De antaganden som ges i materialet är förenklade, vilket betyder att modellen inte ger en särdeles realistisk bild av förloppet vid en verklig epidemi. Presentera sammanlagt fyra brister i antagandena (A2), (A3) och (A4). (2 p.)

Ongelmanratkaisu | Tehtävän 2 aineisto

Infektiotaudin leviämisen mallintaminen

Reaalimaailman monimutkaisia ilmiöitä kuvataan usein matemaattisten mallien avulla. Esimerkiksi infektiotaudin kulkua voidaan tutkia yksinkertaisen mallin avulla. Tässä esitetty malli liittyy yleisemmin SIR-malleihin, joiden avulla on menestyksellisesti mallinnettu epidemioiden kulkua.

Tarkastellaan kymmenen satunnaisesti valitun henkilön muodostamaa joukkoa. Jaetaan joukko kolmeen toisensa poissulkevaan joukkoon:

- (a) S (eng. Susceptible), joka koostuu sairaudelle alttiista,
- (b) I (eng. Infected), joka koostuu sairastuneista,
- (c) R (eng. Recovered), joka koostuu parantuneista.

Tehdään epidemian kulkua koskien oletukset O1–O4:

(O1) Alussa, ajanhetkellä $t = 0$, yksi sairastuu tautiin ja loput ovat alttiita.

(O2) Sairaus kestää kolme päivää, eli ajanhetkellä t sairastunut on parantunut tarkasteltaessa ajanhetkeä $t + 3$.

(O3) Parantunut on sairaudelle immuuni, joten hän ei voi sairastua tautiin uudelleen.

(O4) Joka päivä kukin sairastunut kohtaa kaksi altista ja kukin altis kohtaa korkeintaan yhden sairastuneen. Mikäli alttiita ei ole riittävästi jäljellä, kunkin sairastuneen kohtaamiset alttiiden kanssa vähenevät ensin yhteen ja sitten nolnaan. Puolet sairastuneen kohdanneista alttiista sairastuu itse tautiin välittömästi. Mikäli jakolasku ei mene tasan, pyöristetään sairastuneiden määrä ylöspäin lähimpään kokonaislukuun.

Problemlösning | Materialet för uppgift 2

Modellering av en infektionssjukdoms spridning

Det verkliga livets mångfacetterade fenomen beskrivs ofta med hjälp av matematiska modeller. Till exempel förloppet vid en infektionssjukdom kan undersökas med hjälp av en enkel modell. Modellen som presenteras här hör till de mer allmänna SIR-modellerna, som framgångsrikt har använts i modelleringen av epidemiers förlopp.

Vi undersöker en grupp som består av tio slumpmässigt utvalda personer. Vi delar in gruppen i tre ömsesidigt uteslutande grupper:

- a) *S* (eng. Susceptible), som består av mottagliga för sjukdomen
- b) *I* (eng. Infected), som består av insjuknade
- c) *R* (eng. Recovered), som består av tillfrisknade

Vi gör antaganden A1–A4 om epidemins förlopp.

(A1) I början, vid tidpunkten $t = 0$, insjuknar en i sjukdomen och de övriga är mottagliga.

(A2) Sjukdomen varar i tre dagar, dvs. den som har insjuknat vid tidpunkten t har tillfrisknat när man studerar tidpunkten $t + 3$.

(A3) Den som tillfrisknat från sjukdomen är immun och kan inte få sjukdomen igen.

(A4) Varje dag möter varje insjuknad två mottagliga och varje mottaglig möter högst en insjuknad. Om det inte finns tillräckligt med mottagliga kvar, minskar varje insjuknads möte med mottagliga först till en och sedan till noll. Hälften av de mottagliga som har mött en insjuknad, får omedelbart sjukdomen själv. Om divisionen inte går jämnt ut avrundas de insjuknades antal uppåt till det närmaste heltalet.

wc

