Matematiikka | Tehtävä 1.

a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=1 \Leftrightarrow \frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}=1 \Leftrightarrow 5x=6 \Leftrightarrow x=\frac{6}{5}.$

b) $1-\frac{2x}{3} > -\frac{1}{7} \Leftrightarrow -\frac{2x}{3} > -\frac{1}{7}-1 \Leftrightarrow x < \frac{12}{7}.$

c) $\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x^3}{2^3}\cdot\frac{3^2}{x^2}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x\cdot\frac{9}{8}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}.$

d) $|2x-3|<1 \Leftrightarrow -1<2x-3<1 \Leftrightarrow 2<2x<4 \Leftrightarrow 1<x<2.$

e) $9x^2-6x+1=4 \Leftrightarrow (3x-1)^2=4 \Leftrightarrow 3x-1=\pm 2 \Leftrightarrow 3x=1\pm 2 \Leftrightarrow x=\frac{1\pm 2}{3} \in \{-\frac{1}{3},1\}.$

f) Koska suplementtikulmilla on sama sinin arvo, on $\sin\frac{\pi}{4}=\sin(\pi-\frac{\pi}{4})=\sin\frac{3\pi}{4}$. Kysytty ratkaisu on siis $x=\frac{3\pi}{4}$.

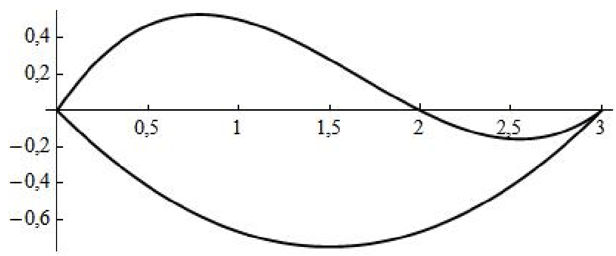
Matematiikka | Tehtävä 2.

a) Kiven 1 nopeus on $v = 12/8$ m/s = 1,5 m/s. Kun muut kivet lähetetään, on ensiksi lähetetty kivi ehtinyt etäisyydelle 1,5 m/s $\cdot$2 s=3 m.

b) Kivi 2 tavoittaa kiveä 1 suhteellisella nopeudella 2 m/s $-$ 1,5 m/s =0,5 m/s ja kivi 3 suhteellisella nopeudella 1,5 m/s + 0,5 m/s =2,0 m/s.

Välimatkat huomioon ottaen kivi 2 tavoittaa kiven 1 ajassa 3 m : 0,5 m/s= 6 s ja kivi 3 ajassa 9 m : 2 m/s =4,5 s. Näin ollen kivi 3 tavoittaa kiven 1 ensin.

Matematiikka | Tehtävä 3.



a) Koska $y' = 2x$, 60° nousukulma saavutetaan kun $\tan 60^\circ = 2x$, mistä $x=\frac{1}{2}\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Vastaava y:n arvo (korkeus) on tällöin $y = x^2 = \frac{3}{4}$ (km).

b) Lasketaan ensin pinta-ala:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 (\frac{1}{4}x(x-2)(x-3)-\frac{1}{3}x(x-3))\,dx \\ &= \int_0^3 \frac{1}{12}(3x^3-19x^2+30x)\,dx \\ &= \Big/_0^4 \frac{1}{16}x^4-\frac{19}{36}x^3+\frac{5}{4}x^2 \\ &= \frac{33}{16} \end{aligned}$$

Tilavuus on $A\cdot d = \frac{33}{16}\cdot\frac{1}{10}\text{ m}^3 = \frac{33}{160}\text{ m}^3$

Matematik | Uppgift 1.

a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=1 \Leftrightarrow \frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}=1 \Leftrightarrow 5x=6 \Leftrightarrow x=\frac{6}{5}.$

b) $1-\frac{2x}{3} > -\frac{1}{7} \Leftrightarrow -\frac{2x}{3} > -\frac{1}{7}-1 \Leftrightarrow x < \frac{12}{7}.$

c) $\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x^3}{2^3}\cdot\frac{3^2}{x^2}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x\cdot\frac{9}{8}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}.$

d) $|2x-3|<1 \Leftrightarrow -1<2x-3<1 \Leftrightarrow 2<2x<4 \Leftrightarrow 1<x<2.$

e) $9x^2-6x+1=4 \Leftrightarrow (3x-1)^2=4 \Leftrightarrow 3x-1=\pm 2 \Leftrightarrow 3x=1\pm 2 \Leftrightarrow x=\frac{1\pm 2}{3} \in \{-\frac{1}{3},1\}.$

f) Eftersom sinus för komplementvinkeln har samma värde, är $\sin\frac{\pi}{4}=\sin(\pi-\frac{\pi}{4})=\sin\frac{3\pi}{4}$. Den sökta lösningen är alltså $x=\frac{3\pi}{4}$.

Matematik | Uppgift 2.

a) Hastigheten för sten 1 är $v = 12/8$ m/s = 1,5 m/s. Då de andra stenarna skickas iväg har stenen som först skickades iväg nått avståndet 1,5 m/s ·2 s=3 m.

b) Sten 2 närmar sig sten 1 med den relativa hastigheten 2 m/s − 1,5 m/s =0,5 m/s och sten 3 med den relativa hastigheten 1,5 m/s + 0,5 m/s =2,0 m/s.

Då avståndet beaktas når sten 2 sten 1 efter tiden 3 m : 0,5 m/s= 6 s och sten 3 efter tiden 9 m : 2 m/s =4,5 s. Således är det sten 3 som når sten 1 först.

Matematik | Uppgift 3.

a) Eftersom $y'=2x$, 60° nås stigningsvinkeln då $\tan 60^\circ = 2x$, varur $x=\frac{1}{2}\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Motsvarande y värde (höjden) är då $y=x^2=\frac{3}{4}$ (km).

b) Vi bestämmer först arean:

$$
\begin{aligned}
A &= \int_0^3 \left(\frac{1}{4}x(x-2)(x-3)-\frac{1}{3}x(x-3)\right)dx \\
&= \int_0^3 \frac{1}{12}(3x^3-19x^2+30x)\,dx \\
&= \Big/_0^4 \frac{1}{16}x^4-\frac{19}{36}x^3+\frac{5}{4}x^2 \\
&= \frac{33}{16}
\end{aligned}
$$

Volymen är $A\cdot d=\frac{33}{16}\cdot\frac{1}{10}\text{ m}^3=\frac{33}{160}\text{ m}^3$

Fysiikka | Tehtävä 1.

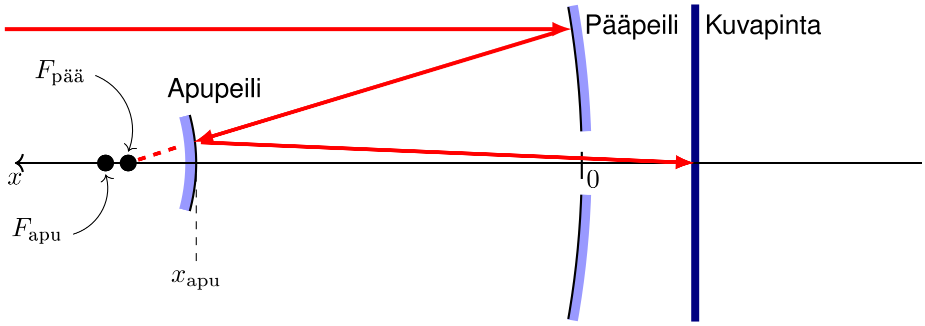
1. [1 p.] B.
2. [1 p.] C.
3. [1 p.] B.
4. [1 p.] A.
5. [1 p.] D.
6. [1 p.] C.

Fysik | Uppgift 1.

1. [1 p.] B.
2. [1 p.] C.
3. [1 p.] B.
4. [1 p.] A.
5. [1 p.] D.
6. [1 p.] C.

Fysiikka | Tehtävä 2.

a) [1 p.]



b) [2 p.] Pääpeilin polttoväli $f_{\text{pää}} = R_{\text{pää}}/2 = 11,04\text{m}/2 = 5,52\text{m}$. Polttoväli on positiivinen, sillä peili on kovera. Tällöin polttopiste $F_{\text{pää}}$ sijaitsee 5,52 metriä pääpeilin keskipisteestä vasemmalle.

Apupeilin polttoväli $f_{\text{apu}} = R_{\text{apu}}/2 = -1,360\text{m}/2 = -0,680\text{m}$. Polttoväli on negatiivinen, sillä peili on kupera. Tällöin polttopiste F_{apu} sijaitsee 0,680 m apupeilin keskipisteestä vasemmalle. Näin etäisyys pääpeilin keskipisteestä on 4,905 m + 0,680 m $\approx$ 5,585 m vasemmalle.

c) [3 p.] Gaussin kuvausyhtälön mukaisesti pääpeilistä kuva muodostuu seuraavasti:

$$\frac{1}{a_{\text{pää}}} + \frac{1}{b_{\text{pää}}} = \frac{1}{f_{\text{pää}}},$$

Koska esineenä toimivat hyvin kaukana sijaitsevat kohteet voidaan arvioida $a_{\text{pää}} = \infty$.

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b_{\text{pää}}} = \frac{1}{f_{\text{pää}}} \to b_{\text{pää}} = f_{\text{pää}} = R_{\text{pää}}/2 = 5{,}52\,\text{m}.$$

Kuva muodostuu siis polttopisteeseen. **TAI** Kaukana olevasta kohteesta säteet saapuvat peiliin pääakselin suuntaisina. Nämä säteet heijastuvat polttopisteeseen ja kuva muodostuu täten polttopisteeseen.

Pääpeilin muodostama kuva toimii toisen peilin esineenä. Peilien etäisyys toisistaan on 4,905 m, jolloin pääpeilin kuva muodostuu 5,52 m- 4,905 m = 0,615 m etäisyydelle apupeilistä. Koska kuva on apupeilin takana, on tällöin kyseessä vale-esine apupeilille ja merkkisääntöjen mukaan $a_{\text{apu}} = -0{,}615\,\text{m}$.

Gaussin kuvausyhtälöstä:

$$\frac{1}{a_{\text{apu}}} + \frac{1}{b_{\text{apu}}} = \frac{1}{f_{\text{apu}}} \to b_{\text{apu}} = \frac{f_{\text{apu}} * a_{\text{apu}}}{a_{\text{apu}} - f_{\text{apu}}}.$$

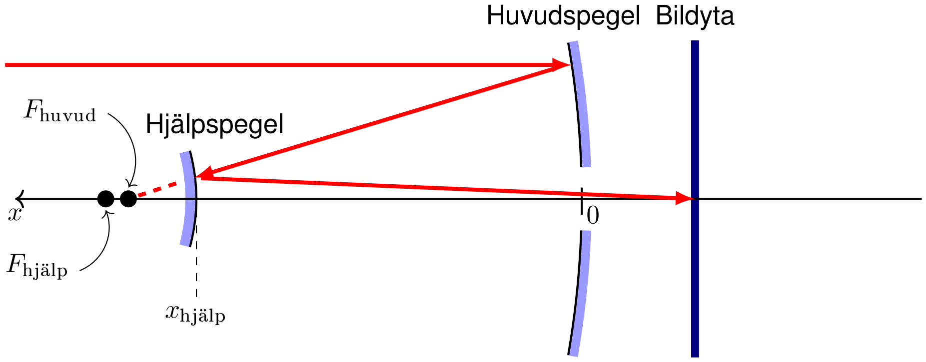
Merkkisääntöjen mukaan kuperan peilin polttoväli on negatiivinen, joten

$$b_{\text{apu}} = \frac{(-0{,}680\text{m}) * (-0{,}615\text{m})}{-0{,}615\text{m} - (-0{,}680\text{m})} \approx 6{,}43385\text{m}.$$

Tällöin kuva muodostuu 6,43385 m - 4,905 m $\approx$ 1,53 m pääpeilin taakse.

Fysik | Uppgift 2.

a) [1 p.]



b) [2 p.] Huvudspegelns brännvidd $f_{\text{huvud}} = R_{\text{huvud}}/2 = 11,04\text{m}/2 = 5,52\text{m}$. Brännvidden är positiv, eftersom spegeln är konkav. Därmed är brännpunkten F_{huvud} 5,52 m till vänster om huvudspegelns medelpunkt.

Hjälpspegelns brännvidd $f_{\text{hjälp}} = R_{\text{hjälp}}/2 = -1,360\text{m}/2 = -0,680\text{m}$. Brännvidden är negativ, eftersom spegeln är konvex. Därmed är brännpunkten $F_{\text{hjälp}}$ 0,680 m till vänster om hjälpspegeln. Således är avståndet till huvudspegelns medelpunkt 4,905 m + 0,680 m $\approx$ 5,585 m till vänster.

c) [3 p.] Enligt Gauss avbildningsekvation för huvudspegeln skapas bilden enligt:

$$\frac{1}{a_{\text{huvud}}} + \frac{1}{b_{\text{huvud}}} = \frac{1}{f_{\text{huvud}}},$$

Eftersom föremålen som avbildas är mycket avlägsna objekt kan man uppskatta att $a_{\text{huvud}} = \infty$.

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b_{\text{huvud}}} = \frac{1}{f_{\text{huvud}}} \to b = f_{\text{huvud}} = R_{\text{huvud}}/2 = 5{,}52\,\text{m}.$$

Bilden formas alltså i brännpunkten. **ELLER** strålarna från det avlägsna objektet når spegeln parallellt med huvudaxeln. Dessa strålar reflekteras till brännpunkten och därmed formas även bilden i brännpunkten.

Bilden som formas av huvudspegeln fungerar som objekt för följande spegel. Speglarnas avstånd från varandra är 4,905 m, varvid huvudspegelns bild formas på avståndet 5,52 m- 4,905 m = 0,615 m från hjälpspegeln. Eftersom bilden är bakom hjälpspegeln handlar det om ett virtuellt objekt för hjälpspegeln och enligt teckenkonventionen är $a_{\text{hjälp}} = -0{,}615$ m.

Ur Gauss avbildningsekvation:

$$\frac{1}{a_{\text{hjälp}}} + \frac{1}{b_{\text{hjälp}}} = \frac{1}{f_{\text{hjälp}}} \to b_{\text{hjälp}} = \frac{f_{\text{hjälp}} * a_{\text{hjälp}}}{a_{\text{hjälp}} - f_{\text{hjälp}}}.$$

Enligt teckenkonventionen är brännvidden för en konvex spegel negativ, varvid

$$b_{\text{hjälp}} = \frac{(-0{,}680\text{m}) * (-0{,}615\text{m})}{-0{,}615\text{m} - (-0{,}680\text{m})} \approx 6{,}43385\text{m}.$$

Därmed formas bilden på avståndet 6,43385 m - 4,905 m $\approx$ 1,53 m bakom huvudspegeln.

Kemia | Tehtävä 1.

1. [1 p.] B.
2. [1 p.] D.
3. [1 p.] D.
4. [1 p.] C.
5. [1 p.] B.
6. [1 p.] D.

Kemi | Uppgift 1.

1. [1 p.] B.
2. [1 p.] D.
3. [1 p.] D.
4. [1 p.] C.
5. [1 p.] B.
6. [1 p.] D.

Kemia | Tehtävä 2.

a) [1 p.]
Anodireaktio: 1
Katodireaktio: 4

b) [1 p.]
Oikea vastaus on kaavio 1. Käänteisosmoosissa vesi pakotetaan ulkoisen paineen avulla puoliläpäisevän kalvon läpi matalamman konsentraation suuntaan.

c) [2 p.]
Ni(II)hydroksidin ainemäärä:

$$n\ (\mathrm{Ni(OH)_2}) = \frac{m}{M} = \frac{0{,}0523\ \mathrm{g}}{92{,}706\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}} = 0{,}0005641\ \mathrm{mol}$$

Stoikiometriasta nähdään, että nikkelin moolimäärä on sama eli 0,0005641 mol. Tehtävänannon mukaan tämä on 55 % merivedessä olleesta nikkelistä. Veteen on siis jäänyt 45 % nikkelistä.

$$n\ (\mathrm{Ni, käsittelyn\ jälkeen}) = \frac{0{,}0005641\ \mathrm{mol}}{0{,}55} \cdot 0{,}45 = 0{,}004616\ \mathrm{mol}$$

$$c\ (\mathrm{Ni, käsittelyn\ jälkeen}) = \frac{0{,}004616\ \mathrm{mol}}{1500\ \mathrm{l}} = 3{,}0772 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}$$

Konsentraatio (yksikkö: mol/l) muutetaan *pitoisuudeksi* (yksikkö: µg/l), jotta arvoa voidaan verrata taulukon 1 kanssa.

$$3{,}0772 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}} \cdot 58{,}69\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{\mu g}}{\mathrm{g}} = 18{,}0599\ \frac{\mathrm{\mu g}}{\mathrm{l}} \approx \mathbf{18{,}1\ \frac{\mu g}{l}}$$

Taulukon mukaan nikkelipitoisuus saa olla korkeintaan 20 µg/l, joten Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen mukainen pitoisuus alittuu ja laatuvaatimus täyttyy.

d) [2 p.]
Taulukon 1 mukaan suurin sallittu pH talousvedelle on 9,5

$$\mathrm{pOH} = 14 - \mathrm{pH} = 14 - 9{,}5 = 4{,}5$$

$$\mathrm{pOH} = -\log[\mathrm{OH^-}] \Rightarrow [\mathrm{OH^-}] = 10^{-4{,}5} = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}$$

Hydroksidi-ionien ainemäärä, kun tilavuus on 1500 l:

$$n\ (\mathrm{OH^-}) = c \cdot V = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}} \cdot 1500\ \mathrm{l} = 0{,}047434\ \mathrm{mol}$$

Natriumhydroksidin massa:

$$n\ (\mathrm{OH^-}) = n\ (\mathrm{NaOH})$$

$$m\ (\mathrm{NaOH}) = n \cdot M = 0{,}047434\ \mathrm{mol} \cdot 39{,}997\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} = 1{,}8972\ \mathrm{g} \approx \mathbf{1{,}90\ g}$$

Kemi | Uppgift 2.

a) [1 p.]
Anodreaktion: 1
Katodreaktion: 4

b) [1 p.]
Det rätta svaret är schema 1. I omvänd osmos tvingas vatten genom det semipermeabla membranet med hjälp av det yttre trycket till sidan med lägre koncentration.

c) [2 p.]
Ämnesmängden för Ni(II)hydroxid:

$$n\ (\mathrm{Ni(OH)_2}) = \frac{m}{M} = \frac{0{,}0523\ \mathrm{g}}{92{,}706\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}} = 0{,}0005641\ \mathrm{mol}$$

Ur stökiometrin ser man, att molmängden för nickel är samma, dvs. 0,0005641 mol. Enligt uppgiften är det här 55 % av nickel som fanns i havsvatten. Det finns alltså 45 % nickel kvar i vattnet.

$$n\ (\mathrm{Ni,\ efter\ behandling}) = \frac{0{,}0005641\ \mathrm{mol}}{0{,}55} \cdot 0{,}45 = 0{,}004616\ \mathrm{mol}$$

$$c\ (\mathrm{Ni,\ efter\ behandling}) = \frac{0{,}004616\ \mathrm{mol}}{1500\ \mathrm{l}} = 3{,}0772 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}$$

Koncentration (enhet mol/l) omvandlas till (enhet (µg/l) för att kunna jämföra värdet med tabell 1.

$$3{,}0772 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}} \cdot 58{,}69\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 10^{6}\ \frac{\mu\mathrm{g}}{\mathrm{g}} = 18{,}0599\ \frac{\mu\mathrm{g}}{\mathrm{l}} \approx \mathbf{18{,}1\ \frac{\mu g}{l}}$$

Enligt tabellen kan nickelhalten vara högst 20 µg/l, dvs. halten enligt Social- och hälsovårdsministeriets förordning underskrids och kvalitetskravet uppfylls.

d) [2 p.]
Enligt tabell 1 är högsta tillåtna pH för hushållsvatten 9,5

$$\mathrm{pOH} = 14 - \mathrm{pH} = 14 - 9{,}5 = 4{,}5$$

$$\mathrm{pOH} = -\log[\mathrm{OH^-}] \Rightarrow [\mathrm{OH^-}] = 10^{-4{,}5} = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}$$

Ämnesmängden för hydroxidjoner när volymen är 1500 l:

$$n\ (\mathrm{OH^-}) = c \cdot V = 3{,}16 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}} \cdot 1500\ \mathrm{l} = 0{,}047434\ \mathrm{mol}$$

Massa för natriumhydroxid:

$$n\ (\mathrm{OH^-}) = n\ (\mathrm{NaOH})$$

$$m\ (\mathrm{NaOH}) = n \cdot M = 0{,}047434\ \mathrm{mol} \cdot 39{,}997\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} = 1{,}8972\ \mathrm{g} \approx \mathbf{1{,}90\ g}$$

Ongelmanratkaisu | Tehtävä 1.

1. [1 p.] C.
2. [1 p.] C.
3. [1 p.] B.
4. [1 p.] D.
5. [1 p.] A.
6. [1 p.] D.

Problemlösning | Uppgift 1.

1. [1 p.] C.
2. [1 p.] C.
3. [1 p.] B.
4. [1 p.] D.
5. [1 p.] A.
6. [1 p.] D.

Ongelmanratkaisu | Tehtävä 2.

a) [2 p.] Lähdetään liikkeelle ajanhetkestä $t = 0$. Oletuksen (O1) mukaan joukossa I on yksi henkilö. Merkitään joukon I kokoa $\#I = 1$. Koska loput ovat alttiita, on $\#S = 10\text{-}1 = 9$ ja $\#R = 0$.

Siirrytään ajanhetkeen $t = 1$. Oletuksen (O4) mukaan yksi sairastunut kohtaa 2 altista, joista toinen sairastuu välittömästi. Niinpä ajanhetkellä $t = 1$ joukkojen koot ovat $\#S = 9\text{-}1 = 8$, $\#I = 1+1 = 2$ ja $\#R = 0$.

Ajanhetkellä $t = 2$ kaksi sairastunutta kohtaa 4 altista, joista puolet (eli 2) sairastuu. Näin ollen joukkojen koot ovat $\#S = 8\text{-}2 = 6$, $\#I = 2+2 = 4$ ja $\#R = 0$.

Oletuksen (O2) mukaan ensimmäinen sairastunut (potilas 0) on jo parantunut ajanhetkellä $t = 3$, jolloin $\#R = 1$. Lisäksi 3 myöhemmin sairastunutta kohtaa 6 altista, joista puolet (eli 3) sairastuu. Näin ollen saadaan $\#I = 4\text{-}1+3 = 6$ ja $\#S = 6\text{-}3 = 3$.

b) [2 p.] Jatkamalla kuten a)-kohdassa voidaan kuvata koko epidemian kulku esimerkiksi taulukon avulla. Joukkoihin S, I ja R kuuluvien henkilöiden lisäksi tulee pitää kirjaa kunkin ajanhetken uusien tautitapausten lukumäärästä, jotta voidaan päätellä kullakin ajanhetkellä parantuvien lukumäärä. Saadaan taulukko:

Ajanhetki	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$	$t = 8$
$\#S$	9	8	6	3	1	0	0	0	0
$\#I$	1	2	4	6	7	6	3	1	0
$\#R$	0	0	0	1	2	4	7	9	10
uudet tautitapaukset	1	1	2	3	2	1	0	0	0

Taulukosta käy ilmi, että epidemian huippu saavutetaan ajanhetkellä $t = 4$, koska tuolloin joukko I saavuttaa maksiminsa.

Ajanhetkellä $t = 8$ ei ole enää sairastuneita. Oletusten (O3) ja (O4) mukaisesti uusia tautitapauksia ei voi enää tällöin ilmetä, joten epidemian voidaan todeta olevan ohi ajanhetkellä $t = 8$.

c) [2 p.] Aineistossa esitetty malli on todella yksinkertaistettu kuvaus epidemian kulusta eikä se huomioi reaalimaailman monimuotoisuutta. Silti mallissa on epidemian kulun kannalta olennaisia piirteitä. Vaikka tässä sitä ei edellytetäkään, kannattaa pohtia, miten puutteiden korjaaminen otettaisiin laskennallisesti huomioon.

Alla on esitetty esimerkkejä aineiston oletusten puutteista.

Oletuksen (O2) puute:
Aineiston oletus (O2) ei aina pidä paikkaansa, sillä parantumisaika voi vaihdella. Oletuksen tulisi huomioida parantumisajan satunnaisluonne, jolloin epidemian mallinnettuun kulkuun tulisi vastaavasti todellisen epidemian kulkuun kuuluvaa satunnaisuutta.

Oletuksen (O3) puutteita:
Aineiston oletus (O3) ei aina pidä paikkaansa, sillä

(1) parantuminen ei välttämättä anna immuniteettia,
(2) immuniteetti voi olla osittainen eli parantunut voi sairastua uudelleen, mutta pienemmällä todennäköisyydellä, tai
(3) immuniteetti voi kestää vain rajatun ajan.

Oletuksen (O4) puutteita:
Aineiston oletus (O4) ei aina pidä paikkaansa, sillä

(1) kaikki eivät välttämättä tapaa samaa määrää ihmisiä,
(2) se ei sisällä mahdollisuutta, että sairastuneet voidaan asettaa mahdollisimman pian karanteeniin,
(3) sairastuminen ja oireet voivat tulla viiveellä, tai
(4) sairauden tarttuvuus voi vaihdella yksilöiden välillä.

Problemlösning | Uppgift 2.

a) [2 p.] Vi startar vid tidpunkten t = 0. Enligt antagande (A1) finns det en person i grupp I. Vi benämner gruppens I storlek #I = 1. Eftersom de resterande är mottagliga är #S = 10-1 = 9 och #R = 0.

Vi förflyttar oss till tidpunkten t = 1. Enligt antagande (A4) möter en insjuknad 2 mottagliga varav en insjuknar omedelbart. Vid tidpunkten t = 1 är således gruppernas storlek #S = 9-1 = 8, #I = 1+1 = 2 och #R = 0.

Vid tidpunkten t = 2 möter två insjuknade 4 mottagliga varav hälften (dvs. 2) insjuknar. Det gör att gruppernas storlek är #S = 8-2 = 6, #I = 2+2 = 4 och #R = 0.

Enligt antagande (A2) har den första insjuknade (patient 0) redan blivit frisk vid tidpunkt t = 3 vilket betyder att #R = 1. Dessutom har 3 senare insjuknade mött 6 mottagliga varav hälften (alltså 3) blivit sjuka. Det ger oss #I = 4-1+3 = 6 och #S = 6-3 = 3.

b) [2 p.] Genom att fortsätta som i punkt a) kan vi beskriva hela epidemins förlopp t.ex. med hjälp av en tabell. Förutom vilka personer som hör till grupperna S, I och R bör vi anteckna antalet nya sjukdomsfall för varje tidpunkt. På så sätt kan vi dra slutsatser om hur många som tillfrisknat vid varje tidpunkt. Vi får tabellen:

Tidpunkt	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8
#S	9	8	6	3	1	0	0	0	0
#I	1	2	4	6	7	6	3	1	0
#R	0	0	0	1	2	4	7	9	10
nya sjukdomsfall	1	1	2	3	2	1	0	0	0

Tabellen visar att epidemins topp uppnås vid tidpunkten t = 4 eftersom grupp I då uppnår sitt maximum.

Vid tidpunkt t = 8 finns det inte längre några insjuknade. Enligt antagande (A3) och (A4) kan det då inte förekomma nya sjukdomsfall, vilket betyder att vi kan konstatera att epidemin är över vid tidpunkt t = 8.

c) [2 p.] Modellen som presenteras i materialet ger en mycket förenklad beskrivning av förloppet vid en epidemi och tas inte i beaktande det verkliga livets mångsidighet. Trots det har modellen centrala drag av en epidemis förlopp. Även om det inte förutsätts här, lönar det sig att fundera på hur man beräkningsmässigt kunde ta korrigeringen av bristerna i beaktande.

Nedan har vi presenterat exempel på bristerna i materialets antaganden.

Brist i antagande (A2):
Materialets antagande (A2) stämmer inte alltid, eftersom tillfriskningstiden kan variera. Antagandet borde beakta tillfriskningstidens slumpmässiga natur för att modelleringen av epidemins förlopp skulle stämma överens med den slumpmässighet som hör till förloppet i en verklig epidemi.

Brist i antagande (A3):
Materialets antagande (A3) stämmer inte alltid eftersom
(1) tillfrisknande inte nödvändigtvis ger immunitet
(2) immunitet kan vara delvis, dvs. en tillfrisknad kan insjukna igen, men med mindre sannolikhet eller
(3) immunitet kan vara endast en begränsad tid.

Brist i antagande (A4):
Materialets antagande (A4) stämmer inte alltid eftersom

(1) alla inte nödvändigtvis möter samma antal människor,
(2) det innehåller inte möjligheten att insjuknade kan sättas så fort som möjligt i karantän,
(3) sjukdomen och symtomen kan komma med en viss fördröjning eller
(4) det kan variera mellan olika individer hur smittsam sjukdomen är.