

# DI-valintakoe 30.5.2023

## KYSYMYKSET

### OHJEET

Valintakokeessa on neljä osiota: matematiikka, fysiikka, kemia ja ongelmanratkaisu. Matematiikan osio on kaikille pakollinen. Vastaa kaikkiin matematiikan tehtäviin. Valinnaisten tehtävien osiosta sinun tulee vastata kolmeen (3) tehtävään. Jos vastaat useampaan kuin kolmeen valinnaiseen tehtävään, otetaan pistelaskussa huomioon kolme matalimmat pisteet tuottavaa tehtävää.

Kirjoita kaikki vastaukset vastausvihkon kysymykohtaiselle vastaussivulle. Vain näille kirjoitetut vastaukset arvioidaan. Saat viedä kysymykset mukanasikokeen jälkeen.

**KYSYMYSVIHKO**  
**Älä vastaa tähän.**



Perustele vastauksesi kaikissa matematiikan tehtävissä.

### Matematiikka | Tehtävä 1.

Ilmoita vastaukset tarkkoina arvoina.

- a) Ratkaise yhtälö  $\pi x + 3 = \sqrt{2} + 4x$ . (1 p.)
- b) Ratkaise yhtälö  $(x - 2)(x - 3) = 6$ . (1 p.)
- c) Ratkaise epäyhtälö  $x^2 - 4 > 0$ . (1 p.)
- d) Laske  $\sum_{n=1}^4 (3n + 2)$ . (1 p.)
- e) Laske vektoreiden  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  ja  $\vec{w} = -3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  pistetulo. (1 p.)
- f) Mitkä ovat yhtälön  $\cos t = \sin t$  ratkaisut, kun  $0 \leq t \leq 2\pi$ ? (1 p.)

### Matematiikka | Tehtävä 2.

- a) Opiskelija toivoo, että lomapäivänä olisi poutaa (todennäköisyys 60%), että voisi tavata kavereita (todennäköisyys 70%) ja ettei myöhästyisi paluujunasta (todennäköisyys 90%). Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomat. Lomapäivä on **erinomainen**, jos kaikki toiveet toteutuvat ja **hyvä**, jos kaksi toivetta toteutuu.

Millä todennäköisyydellä lomapäivä on erinomainen? Entä millä todennäköisyydellä hyvä? (2 p.)

- b) Rahtari-Kalle ja hänen poikansa Tomi kuljettavat paperitehtaalta kaksi rekkakuormallista talouspaperia tilaajalle. Koska paperi on kevyttä, Kalle ja Tomi kuormaavat rekat käsin mahdollisimman täyteen. Rekat ovat samankokoisia eikä yhden lastaajan työ häiritse toista.

Pitkällä kokemuksellaan Kalle pystyy lastaamaan oman rekkansa täyteen kahdessa tunnissa. Jos he lastaavat molemmat rekat yhteistyönä, aikaa kuluu 144 minuuttia. Kuinka kauan Tomilla menisi, jos hän tekisi kuormansa itse? (4 p.)

### Matematiikka | Tehtävä 3.

- a) Osoita, että funktiolla  $f(x) = \sin^2 x - 2x + 1$  on täsmälleen yksi nollakohta, kun  $0 \leq x \leq 1$ . (3 p.)
- b) Vertaa integraaleja

$$\int_{-2}^{-1} (|x| + x^3) dx \quad \text{ja} \quad \int_1^2 (|x| + x^3) dx.$$

Onko näistä toinen suurempi? Jos on, kumpi? (3 p.)



**Fysiikka | Tehtävä 1.**

Vastaa osatehtäviin 1–4. Monivalintatehtävissä valitse yksi vaihtoehto (A–D). Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

Kansainvälinen avaruusasema (ISS) kiertää Maata ympyräradalla ja vakiovauhdilla noin 420 km korkeudella maan pinnasta. Maa vetää avaruusasemaa puoleensa 3,8 MN:n voimalla. Aseman massa on 444000 kg. Maan massa on  $5,97 \cdot 10^{24}$  kg, Maan säde on 6371 km ja gravitaatiovakion arvo  $6,67 \cdot 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kgs<sup>2</sup>.

1. Mikä alla olevista vaihtoehdoista kuvaa voimaa, jonka avaruusasema kohdistaa Maahan. (1 p.)
  - A. Voiman itseisarvo on nolla, eli avaruusasema ei kohdistaa voimaa maahan.
  - B. Voiman itseisarvo on pienempi kuin 3,8 MN, mutta ei nolla.
  - C. Voiman itseisarvo on 3,8 MN.
  - D. Voiman itseisarvo on suurempi kuin 3,8 MN.
2. Mikä alla olevista vaihtoehdoista on oikein? ISS:n kiertäessä Maata, (1 p.)
  - A. sen kiihtyvyys on nolla.
  - B. sen kiihtyvyyden suunta on kohti Maan keskipistettä.
  - C. sen kiihtyvyyden suunta on yhdensuuntainen ISS:n nopeuden kanssa.
  - D. sen kiihtyvyyden suunta on vastakkaisuuntainen ISS:n nopeuden kanssa.
3. ISS:llä oleva astronautti kokee olevansa painoton. Mikä alla olevista väittämistä parhaiten kuvaa sen syytä? (1 p.)
  - A. Painovoima avaruudessa on häviävän pieni.
  - B. Astronautti putoaa koko ajan lähemmäksi Maan keskipistettä.
  - C. ISS ei kohdistaa astronauttiin tukivoimaa.
  - D. Massalla ei ole merkitystä avaruudessa.
4. Kuinka pitkä aika tarvitaan, että ISS kiertää Maan yhden kerran? Perustele vastauksesi. (3 p.)



**Fysiikka | Tehtävä 2.**

Vastaa aineiston perusteella osatehtäviin 1–4. Monivalintatehtävissä valitse yksi vaihtoehto (A–D). Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

Osatehtävissä 1 ja 2 hyödynnettävällä energialla tarkoitetaan energiaa, joka tuotetaan virittämällä elektroneja piin valenssivyöltä johtavuusvyölle. Tarkastele ainoastaan aineistossa kuvattujen kahden häviömekanismien vaikutusta.

1. Vihreän valon ( $\lambda = 550 \text{ nm}$ ) sisältämästä energiasta voidaan hyödyntää (1 p.)
  - A. noin 0 %.
  - B. noin 25 %.
  - C. noin 50 %.
  - D. noin 100 %.
2. Kennoon absorboituu 1,0 J:n edestä sinistä valoa ja 1,0 J:n edestä punaista valoa. Mikä seuraavista väitteistä pitää paikkaansa? (1 p.)
  - A. 1,0 J punaista valoa tuottaa yhtä paljon hyödynnettävää energiaa kuin 1,0 J sinistä valoa.
  - B. 1,0 J punaista valoa tuottaa enemmän hyödynnettävää energiaa kuin 1,0 J sinistä valoa.
  - C. 1,0 J punaista valoa tuottaa vähemmän hyödynnettävää energiaa kuin 1,0 J sinistä valoa.
  - D. Tehtävän tietojen perusteella ei voida päätellä, mikä ylläolevista väitteistä A-C pitää paikkaansa.
3. Aineistossa kuvattu aurinkopaneeli kytketään sarjaan tasavirtaa käyttävän sähkölaitteen kanssa kuten kuvassa 1 on esitetty. Aurinkopaneelin tuottamaksi jännitteeksi mitataan 44 V. Paneelin jännitteen ja virran välinen riippuvuus on kuvan 2 mukainen eikä virtapiirissä ole muita häviömekanismeja kuin sähkölaitteen kuluttama teho. Kuinka suurella teholla sähkölaite kuluttaa energiaa? (1 p.)
  - A. 44 W
  - B. 110 W
  - C. 120 W
  - D. 160 W
4. Tarkastellaan kuvan 1 mukaista virtapiiriä, jossa aurinkopaneeli on kytketty sarjaan tasavirtaa käyttävän sähkölaitteen kanssa. Laitteen resistanssi on 10,0  $\Omega$ . Paneelin jännitteen ja virran välinen riippuvuus on kuvan 2 mukainen eikä virtapiirissä ole muita häviömekanismeja kuin sähkölaitteen kuluttama teho. Kuinka suurella teholla sähkölaite kuluttaa energiaa? Jos käytät aineiston kuvaa perusteluna, niin kopioi se myös vastauspaperiisi. (3 p.)





## Fysiikka | Tehtävä 2. Aineisto: Puolijohdeaurinkokennon toiminta

Aurinkokenno tuottaa sähköenergiaa suoraan auringonvalosta, joka koostuu yksittäisistä energiapaketeista eli fotoneista. Kun kennon aktiivinen materiaali absorboi siihen osuneen fotonin, absorboituneen fotonin energia voi virittää elektronin korkeammalle energiatilalle.

Yleisin kaupallisessa käytössä oleva aktiivinen materiaali on yksikiteinen pii. Pii on puolijohde, joten sen valenssi- ja johtavuusvöiden välissä oleva kielletyn energian alue eli energia-aukko ( $E_g$ ) on melko pieni. Piin energia-aukon suuruus 1,1 eV vastaa fotonia, jonka aallonpituus  $\lambda \approx 1100$  nm. Elektronivoltti on energian yksikkö:  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

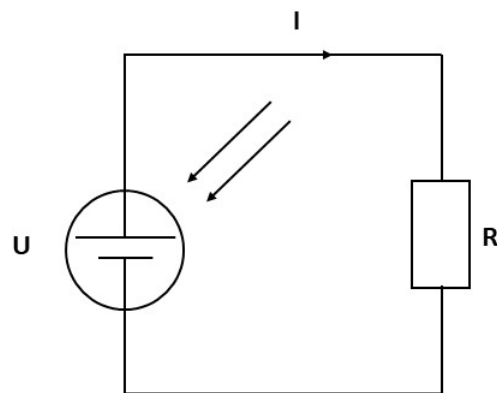
Kun vähintään energia-aukkoa vastaavan energian omaava fotoni osuu kennoon, se voi virittää elektronin piin valenssivyöltä johtavuusvyölle. Tällä tavalla saadaan aikaan jännite kennon napojen välille. Energia-aukko asettaa samalla ylärajan hyödynnettävän energian suuruudelle: mikäli fotonin energia on energia-aukkoa suurempi, energia-aukon ylittävä osuus sen energiasta menee hukkaan.

Näistä ominaisuuksista seuraa kaksi merkittävää häviömekanismia:

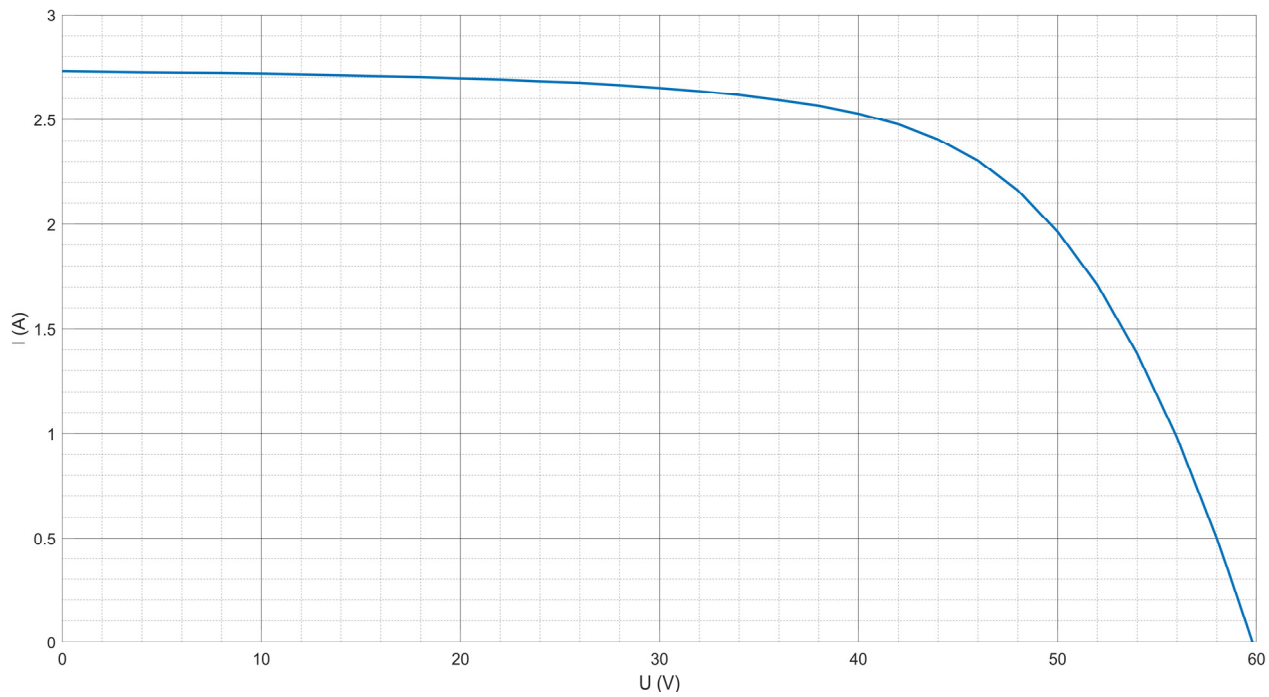
- Niitä fotoneja, joiden energia on energia-aukkoa pienempi, ei voida hyödyntää lainkaan.
- Niistä fotoneista, joiden energia on energia-aukkoa suurempi, voidaan hyödyntää korkeintaan energia-aukon suuruinen osuus ja energia-aukon ylittävä osuus menee hukkaan.

Todellisuudessa aurinkokennossa on lukuisia muitakin häviömekanismeja, mutta pelkästään kaksi edellä mainittua aiheuttavat yhteen materiaaliin perustuvalla aurinkokennolle yli 50 % tehohäviön. Tämä johtuu siitä, että Maan pinnalle osuvassa auringonvalossa on jatkuva spektri eri aallonpituuksisia fotoneja: näkyvää valoa punaisesta (620 nm - 750 nm) violettiin (380 nm - 450 nm) sekä lisäksi infrapuna- ja ultraviolettialueen fotoneja. Tarkasteltaessa edellä mainittujen häviömekanismien suuruutta tietyn aallonpituuden omaavalle valolle, keskeisessä asemassa on kyseistä aallonpituutta vastaava fotonin energia. Fotonin energia  $E$  ja taajuus  $f$  kytkeytyvät suoraan toisiinsa:  $E = hf$ . Tässä  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  on Planckin vakio.

Käytännön aurinkoenergiasovelluksissa käytetään aurinkopaneeleja, joissa useita kennoja on kytketty sarjaan jännitteen nostamiseksi. Kuvassa 1 on esitetty kytkentä, jossa aurinkopaneeli on kytketty sarjaan aurinkoenergialla toimivan laitteen kanssa. Paneeli tuottaa ulkoiseen virtapiiriin jännitteen  $U$  ja virran  $I$ , ja sen tuottama sähköteho kulutetaan laitteessa (vastus, jonka resistanssi on  $R$ ). Kyseisen aurinkopaneelin valmistajan tekemä virta-jännite-mittaus osoittaa, että standarditestiolosuhteissa (valon intensiteetti  $1000 \text{ W/m}^2$ , valon spektri AM1.5G ja paneelin lämpötila  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) paneelin tuottama virta ja jännite riippuvat toisistaan kuvassa 2 esitetyn käyrän mukaisesti.



Kuva 1. Virtapiirikytkentä. Aurinkopaneeli tuottaa jännitteen  $U$  ja virran  $I$ . Aurinkosähköllä toimiva laite (resistanssi  $R$ ) puolestaan kuluttaa tuotetun energian.



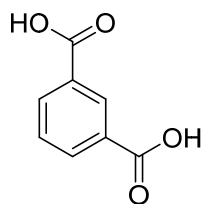
Kuva 2. Aurinkopaneelin tuottaman virran ja jännitteen yhteys standarditestiolosuhteissa mitattuna ja esitetynä ( $U, I$ ) -koordinaatistossa.

## Kemia | Tehtävä 1.

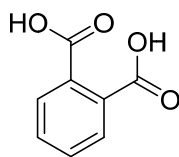
Vastaa osatehtäviin 1–4. Monivalintatehtävissä valitse yksi vaihtoehto (A–D). Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

Tehtävien ratkaisussa voit käyttää apuna liitteenä olevaa jaksollista järjestelmää.

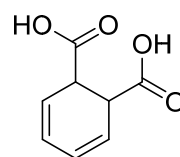
1. Mikä seuraavista väittämistä on väärin? (1 p.)
  - A. Seleenin (Se,  $Z = 34$ ) saavuttaa jalokaasun elektronirakenteen vastaanottamalla kaksi elektronia.
  - B. Rubidiumkationin (Rb,  $Z = 37$ ) varaus on  $1+$ .
  - C. Fosforin (P,  $Z = 15$ ) elektronegatiivisuus on pienempi kuin rikin (S,  $Z = 16$ ) elektronegatiivisuus.
  - D. Jodin (I,  $Z = 53$ ) valenssielektronit ovat elektronikuorella 4.
2. Ftaalihappo on kahdenarvoinen aromaattinen karboksyylihappo. Karboksyylihapporyhmät ovat *orto*-asemassa eli ne ovat sitoutuneet bentseenirenkaan hiiliatomeihin 1 ja 2. Mikä rakennekaavoista (A–D) kuvaa ftaalihappoa? (1 p.)



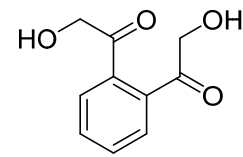
A



B

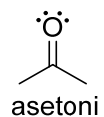


C



D

3. Mikä seuraavista väittämistä on oikein? (1 p.)
  - A. Vetyidos on poolinen kovalenttinen sidos vetyatomin ja vetyä elektronegatiivisemmän atomin välillä.
  - B. Vetyidos muodostuu kahden sellaisen vetyatomin välille, jotka ovat sitoutuneet vetyä elektronegatiivisempaan atomiin.
  - C. Vetysidoksen muodostumiseen tarvitaan aina kaksi molekyyliä.
  - D. Asetonimolekyylien ja vesimolekyylien välille voi muodostua vetysidoksia.



4. Piirrä rakennekaavat kaikille yhdisteille, joiden molekyylikaava on  $C_4H_8$ . Konformaatioisomeerejä ei tarvitse huomioida. (3 p.)



**Kemia | Tehtävä 2.**

Vastaa aineiston perusteella osatehtäviin 1–4. Monivalintatehtävissä valitse yksi vaihtoehto (A–D). Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

Tehtävien ratkaisussa voit käyttää apuna liitteenä olevaa jaksollista järjestelmää.

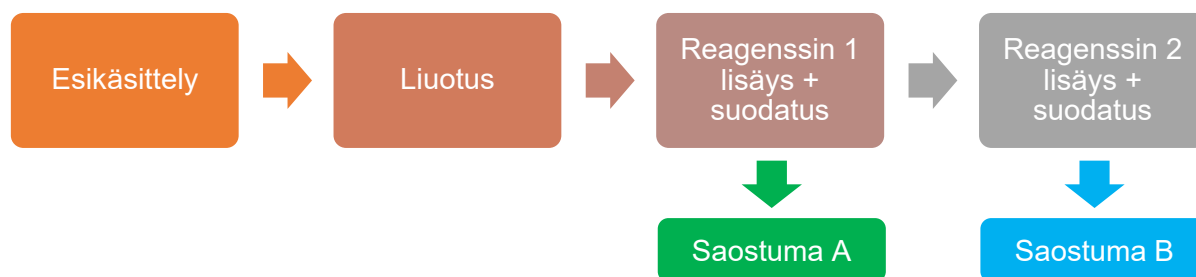
1. Saostuma A kaaviossa 1 on (1 p.)
  - A. Grafiittia
  - B. Kobolttihydroksidia
  - C. Litiumhydroksidia
  - D. Natriumhydroksidia
2. Tarkastele reaktiota, jossa litiumkobolttioksidi liuotetaan vetyperoksidia sisältävään rikkihappoliuokseen. Mikä seuraavista väittämistä on oikein? (1 p.)
  - A. Koboltti pelkistyy ja happi hapettuu.
  - B. Litium hapettuu ja happi pelkistyy.
  - C. Litium ja koboltti hapettuvat.
  - D. Koboltti ja happi pelkistyvät ja litium hapettuu.
3. Miksi oksaalihapolle on annettu aineistossa kaksi  $pK_A$ -arvoa? (1 p.)
  - A. Koska oksaalihappo voi toimia sekä haponäköisesti että pelkistimenä.
  - B. Koska oksaalihappo muodostaa litiumin kanssa vesiliukoisen suolan ja koboltin kanssa saostuman.
  - C. Koska oksaalihappo on heikko kahdenarvoinen happo.
  - D. Koska oksaalihappo on vahva kahdenarvoinen happo.
4. Litiumioniakkujätteestä otettiin näyte, joka käsiteltiin kaavion 1 mukaisesti. Menetelmällä voidaan saada talteen 96 % litiumista. Kuinka monta grammaa litiumkobolttioksidia ( $M = 97,87 \text{ g/mol}$ ) näytteessä oli alun perin, jos litiumkarbonaattia ( $M = 73,89 \text{ g/mol}$ ) saostui 7,54 grammaa? Liuotus tehtiin vetyperoksidia sisältävää rikkihappoa käyttäen. Perustele vastauksesi. (3 p.)



## Kemia | Tehtävä 2. Aineisto: Akkumetallien talteenotto

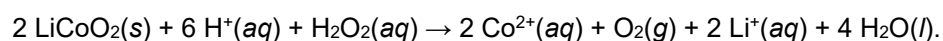
Euroopan komissio päivittää muutaman vuoden välein kriittisten raaka-aineiden (*critical raw materials*, CRM) listan. Listalta löytyy useita metalleja, jotka ovat välttämättömiä esimerkiksi hybridi- ja sähköautoissa, aurinkopaneeleissa ja elektroniikkalaitteissa. Yleisesti käytössä olevissa litiumioniakuissa on katodimateriaalina tyypillisesti litiumkobolttioksidia (LiCoO<sub>2</sub>) kun taas anodimateriaalina on usein grafiittia tai muuta hiilipohjaista ainetta. Litiumioniakkujen keskeiset komponentit (litium, koboltti ja grafiitti) löytyvät kriittisten raaka-aineiden listalta. Akkumateriaalien kierrätys on siksi ratkaisevassa roolissa akkumetallien saatavuuden takaamiseksi tulevaisuudessa. Haasteena on kuitenkin se, että akkuromu sisältää useita erilaisia materiaaleja, joten eri metallien talteenottoa varten tarvitaan monivaiheinen prosessi.

Kaaviossa 1 on esitetty yksinkertaistettuna eräs käytettyjen litiumioniakkujen käsittelyprosessi. Kaavio kuvaa erityisesti litiumin ja kobolttin talteenottoa. Prosessi koostuu esikäsittely-, liuotus- ja erotteluvaiheista. Grafiitti ja metallit, jotka eivät ole elektrodimateriaaleja, erotetaan esikäsittelyvaiheessa. Liuotuksella tarkoitetaan tässä tapauksessa katodimateriaalin käsittelyä happoliuoksella, jolloin metallit muodostavat vesiliukoisia suoloja. Epäorgaaniset hapot kuten H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (pK<sub>a1</sub> = -2,8; pK<sub>a2</sub> = 1,99) ja HCl (pK<sub>a1</sub> = -5,9) ovat tavallisimpia tähän tarkoitukseen käytettyjä happoja. Vetykloridihappo (HCl) on erinomainen happo metallien liuottamiseen mutta reaktiossa muodostuva myrkyllinen kloorikaasu on monella tavalla ongelmallinen.



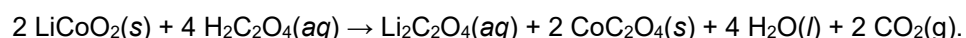
**Kaavio 1:** Litiumin ja kobolttin yksinkertaistettu talteenotto prosessi.

Kun katodimateriaalin liuottamiseen käytetään rikkihappoliuosta, lisätään reaktioseokseen usein vetyperoksidia (H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>), joka toimii pelkistimenä. Litiumkobolttioksidin liuotusta vetyperoksidia sisältävään rikkihappoliuokseen voidaan kuvata alla olevan reaktioyhtälön mukaisesti:



Koska sekä litium että koboltti liukenevat happoliuokseen, tarvitaan niiden erottamiseen ja talteenottoon eri menetelmiä. Kaavion 1 kuvaamassa prosessissa koboltti ja litium erotetaan saostamalla ne liuoksesta. Liuotusvaiheessa muodostunut liuos tehdään ensin emäksiseksi (pH 11) NaOH-liuosta lisäämällä, jolloin koboltti saostuu kobolttihydroksidina (Co(OH)<sub>2</sub>). Kun saostuma on suodatettu pois, lisätään kylläistä Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>-liuosta, jolloin litium saostuu vuorostaan litiumkarbonaattina (Li<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>).

Katodimateriaalin liuotuksessa voidaan hyödyntää myös orgaanisia happoja kuten oksaalihappoa (pK<sub>a1</sub> = 2,27; pK<sub>a2</sub> = 4,28). Tällöin kokonaisreaktiota voidaan kuvata alla olevan reaktioyhtälön mukaisesti:



Reaktiossa muodostuva litiumoksalaatti liukenee happoliuokseen, kun taas kobolttioksalaatti saostuu liuoksesta. Tässä tapauksessa vetyperoksidin lisäämisellä ei ole havaittu olevan merkittävää vaikutusta liuotustehokkuuteen, ja oksaalihapon voidaankin olettaa toimivan reaktiossa pelkistimenä.

Kumpikaan yllä kuvatuista menetelmistä ei ole täysin optimaalinen ja on ilmeistä, että kierrätysprosessit vaativat vielä paljon kehitystyötä. Tässäkin tapauksessa vahva kemian osaaminen on avainasemassa.





Jaksollinen järjestelmä

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	1 <b>H</b> 1,008						1 <b>H</b> 1,008												2 <b>He</b> 4,003
2	3 <b>Li</b> 6,941	4 <b>Be</b> 9,012															8 <b>O</b> 16,00	9 <b>F</b> 19,00	10 <b>Ne</b> 20,18
3	11 <b>Na</b> 22,99	12 <b>Mg</b> 24,31															16 <b>S</b> 32,07	17 <b>Cl</b> 35,45	18 <b>Ar</b> 39,95
4	19 <b>K</b> 39,10	20 <b>Ca</b> 40,08	21 <b>Sc</b> 44,96	22 <b>Ti</b> 47,87	23 <b>V</b> 50,94	24 <b>Cr</b> 52,00	25 <b>Mn</b> 54,94	26 <b>Fe</b> 55,85	27 <b>Co</b> 58,93	28 <b>Ni</b> 58,69	29 <b>Cu</b> 63,55	30 <b>Zn</b> 65,38	31 <b>Ga</b> 69,72	32 <b>Ge</b> 72,63	33 <b>As</b> 74,92	34 <b>Se</b> 78,96	35 <b>Br</b> 79,90	36 <b>Kr</b> 83,80	
5	37 <b>Rb</b> 85,47	38 <b>Sr</b> 87,62	39 <b>Y</b> 88,91	40 <b>Zr</b> 91,22	41 <b>Nb</b> 92,91	42 <b>Mo</b> 95,94	43 <b>Tc</b> (98)	44 <b>Ru</b> 101,07	45 <b>Rh</b> 102,91	46 <b>Pd</b> 106,42	47 <b>Ag</b> 107,87	48 <b>Cd</b> 112,41	49 <b>In</b> 114,82	50 <b>Sn</b> 118,71	51 <b>Sb</b> 121,76	52 <b>Te</b> 127,60	53 <b>I</b> 126,90	54 <b>Xe</b> 131,29	
6	55 <b>Cs</b> 132,91	56 <b>Ba</b> 137,33	57-71	72 <b>Hf</b> 178,49	73 <b>Ta</b> 180,95	74 <b>W</b> 183,84	75 <b>Re</b> 186,21	76 <b>Os</b> 190,23	77 <b>Ir</b> 192,22	78 <b>Pt</b> 195,08	79 <b>Au</b> 196,97	80 <b>Hg</b> 200,59	81 <b>Tl</b> 204,38	82 <b>Pb</b> 207,2	83 <b>Bi</b> 208,98	84 <b>Po</b>	85 <b>At</b>	86 <b>Rn</b>	
7	87 <b>Fr</b>	86 <b>Ra</b>	89-103	104 <b>Rf</b>	105 <b>Db</b>	106 <b>Sg</b>	107 <b>Bh</b>	108 <b>Hs</b>	109 <b>Mt</b>	110 <b>Ds</b>	111 <b>Rg</b>	112 <b>Cn</b>	113 <b>Nh</b>	114 <b>Fl</b>	115 <b>Mc</b>	116 <b>Lv</b>	117 <b>Ts</b>	118 <b>Og</b>	

Lantanoidit/ Lantanoider/ Lanthanides	57 <b>La</b> 138,91	58 <b>Ce</b> 140,12	59 <b>Pr</b> 140,91	60 <b>Nd</b> 144,24	61 <b>Pm</b>	62 <b>Sm</b> 150,36	63 <b>Eu</b> 151,96	64 <b>Gd</b> 157,25	65 <b>Tb</b> 158,93	66 <b>Dy</b> 162,50	67 <b>Ho</b> 164,93	68 <b>Er</b> 167,26	69 <b>Tm</b> 168,93	70 <b>Yb</b> 173,05	71 <b>Lu</b> 174,97
Aktinoidit/ Aktinoider/ Actinides	89 <b>Ac</b>	90 <b>Th</b> 232,04	91 <b>Pa</b> 231,04	92 <b>U</b> 238,03	93 <b>Np</b>	94 <b>Pu</b>	95 <b>Am</b>	96 <b>Cm</b>	97 <b>Bk</b>	98 <b>Cf</b>	99 <b>Es</b>	100 <b>Fm</b>	101 <b>Md</b>	102 <b>No</b>	103 <b>Lr</b>



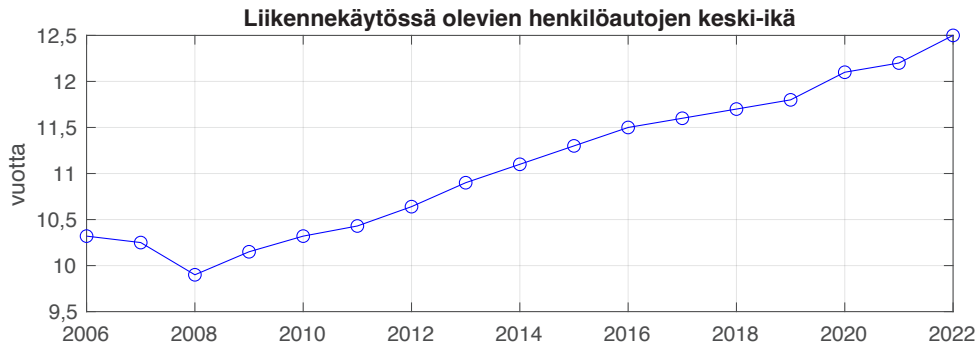
## Ongelmanratkaisu | Tehtävä 1.

Seuraavalla sivulla on Suomen henkilöautokantaan ja henkilöautojen käyttövoimiin liittyvää aineistoa. Vastaa pelkästään aineiston perusteella osatehtäviin 1–5. Monivalintatehtävissä valitse yksi vaihtoehto (A–D). Oikea vastaus: 1 p. Väärä vastaus, ei valintaa tai valittu useampi kuin yksi vaihtoehto: 0 p.

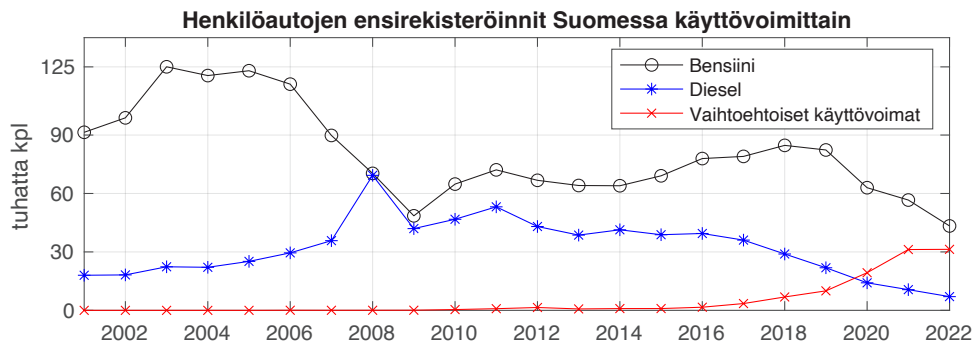
Oletetaan, että eri käyttövoimilla kulkevilla autoilla ajetaan suunnilleen yhtä paljon ja että niiden käyttöikä on suunnilleen sama, ellei osatehtävissä ole muita tarkennuksia. Ajokustannuksissa huomioidaan vain polttoaineen kulutuksesta tai sähkönkulutuksesta aiheutuvat kustannukset sekä mahdollisesti käyttövoimavero. Muita kustannuksia kuten vakuutuksia, huoltoja, jne. ei huomioida.

1. Jos aineiston mukainen kehitys jatkuu, niin mikä on henkilöautokannan yleisin käyttövoima vuonna 2027? (1 p.)
  - A. Bensiini
  - B. Diesel
  - C. Vaihtoehtoiset käyttövoimat yhteensä
  - D. Ei voida päätellä annetusta aineistosta
2. Jos aineiston mukainen kehitys jatkuu ja huomioidaan myös polttoaineiden tuotannon päästöt, niin mikä käyttövoima aiheuttaa eniten CO<sub>2</sub>-päästöjä vuonna 2029? (1 p.)
  - A. Bensiini
  - B. Diesel
  - C. Vaihtoehtoiset käyttövoimat yhteensä
  - D. Ei voida päätellä annetusta aineistosta
3. Mikä seuraavista väittämistä pitää aineiston perusteella paikkansa? (1 p.)
  - A. Suurin osa henkilöautokannan CO<sub>2</sub>-päästöistä muodostuu dieselautoilusta.
  - B. Jos maakaasun keskihinta olisi 30 % korkeampi, niin se olisi segmentin myydyimpien autojen näkökulmasta kallein käyttövoima ajettua 100 km kohti, kun käyttövoimaveroa ei huomioida.
  - C. Jos vuotuinen ajokilometrimäärä 1900 kg:n sähköautolla on 5000 km, niin käyttövoimaveron osuus sähköauton vuotuisesta ajokustannuksesta on alle 35 %.
  - D. Ei mikään vaihtoehdoista A–C.
4. Kuinka paljon vuotuisen ajokilometrimäärän on vähintään oltava, jotta kokonaismassaltaan 1950 kg maakaasuauton ajokustannukset alittavat bensiiniauton ajokustannukset, kun käyttövoimavero huomioidaan? Käytä aineiston keskihintoja ja viitekulutuksia. (1,5 p.)
5. Olkoon Tesla Model 3:n hankintahinta 50 000 €, kokonaismassa 2150 kg ja kulutus 16,8 kWh/100 km. Olkoon bensiinikäyttöisen Volkswagen Golfin hankintahinta 30 000 €, kokonaismassa 1750 kg ja kulutus 5,3 l/100 km. Oletetaan, että aineistossa mainitut keskihinnat ja verot säilyvät vakiona koko tarkasteluajan. Oletetaan, että autoilla ajetaan keskimäärin 200 km viikossa. Montako vuotta Teslalla on ajettava, jotta sen kalliimpi hankintahinta tulisi takaisinmaksetuksi pienempinä ajokustannuksina? Käyttövoimavero on huomioitava laskelmassa. (1,5 p.)





**Kuva 1.** Liikennekäytössä olevien henkilöautojen keski-ikä.



**Kuva 2.** Henkilöautojen ensirekisteröinnit Suomessa käyttövoimittain.

**Taulukko 1.** Käyttövoimien keskihintojen, myydyimpien automallien kulutusten ja CO<sub>2</sub>-päästöjen vertailutaulukko.

Käyttövoima	Keskihinta 1.4.-30.6. 2022	Yksikkö	Vuoden 2021 myydyin segmentti	Segmentin myydyimmät autot 2021	Viitekulutus	Yksikkö / 100 km	CO <sub>2</sub> -päästö, g/km <sup>3)</sup>
Bensiini (E10)	2,35	EUR/l	C	Toyota Corolla, Skoda Octavia, Volkswagen Golf	5,3	l	113
Diesel (B7) <sup>1)</sup>	2,31	EUR/l		Skoda Octavia, Volkswagen Golf, Mercedes-Benz A-sarja	5,5	l	134
Maakaasu (CNG) <sup>1)</sup>	2,49	EUR/kg		Skoda Octavia, Volkswagen Golf, Skoda Scala	3,9	kg	106
Biokaasu (CNG) <sup>1)</sup>	1,95	EUR/kg		Skoda Octavia, Volkswagen Golf, Skoda Scala	3,9	kg	106
Sähkö (C) <sup>1)</sup>	24,2	snt/kWh <sup>2)</sup>		Tesla Model 3, Volkswagen ID.3, Nissan Leaf	16,8	kWh	0
<sup>1)</sup> Näitä käytäviltä autoilta kannetaan lisäksi käyttövoimaveroa, joka riippuu auton massasta ja käyttövoimasta.		<sup>2)</sup> Perustuu sähkön kotitaloushintaan siirtomaksuineen ja veroineen.		<sup>3)</sup> Ei ota huomioon polttoaineen tuotannon päästöjä. Fingridin ja Gasumin tietojen perusteella, polttoaineen ja sähkön tuotanto ja häviöt huomioiden lasketut biokaasuauton CO <sub>2</sub> -päästöt ovat 33,2 g/km ja sähköauton CO <sub>2</sub> -päästöt 16,9 g/km.			

Käyttövoimaveroa kannetaan liikennekäytössä olevalle autolle kutakin alkavaa 100 kg:n kokonaismassaa kohden seuraavasti:

- Diesel: 5,5 snt/päivä
- Maa- ja biokaasu: 3,1 snt/päivä
- Sähkö: 1,5 snt/päivä

Käyttövoimaveron vaikutus ajokustannuksiin (€/100 km) riippuu vuosittain ajetuista kilometreistä. Esimerkiksi koko vuoden liikennekäytössä olevalle ja 17 000 km vuodessa ajettavalle autolle kustannusvaikutus on noin

- Diesel: 1,5–2,2 €/100 km
- Maa- ja biokaasu: 0,9–1,3 €/100 km
- Sähkö: 0,4–0,6 €/100 km

Aineisto perustuu Liikenne- ja viestintäviraston tietoihin.

**KYSYMYSVIHKO | Älä vastaa tähän.**



**Ongelmanratkaisu | Tehtävä 2.**

Kukin osatehtävistä 1–6 tuottaa enintään yhden pisteen. *Alkuluku* on ykköstä suurempi kokonaisluku, jota ei voi muodostaa itseään pienempien positiivisten kokonaislukujen kertolaskuna. Esimerkiksi 6 ei ole alkuluku koska  $6 = 2 \cdot 3$ , mutta 2, 3, 5 ja 7 ovat alkulukuja.

1. Valitse alla olevista vaihtoehdoista kaikki, joiden tulos on alkuluku. Jos vastauksessasi on täsmälleen yksi virhe, niin saat 0,5 pistettä. Sekä väärän vaihtoehdon valitseminen että oikean vaihtoehdon valitsematta jättäminen on virhe.

A.  $13 \cdot 1$     B.  $\frac{2 \cdot 2}{4}$     C.  $2 \cdot 7,5$     D.  $3 \cdot 5 + 2$

Tietoliikennetekniikassa ja salausmenetelmissä käytetään matemaattisia järjestelmiä, joiden nimi on *kunta*. Jokaisessa kunnassa on ainakin alkio 0 ja 1 sekä yhteenlasku + ja kertolasku  $\cdot$ . Oheisissa taulukoissa on erään sellaisen kunnan laskutoimitukset, jonka alkio on 0, 1, 2 ja 3. Esimerkiksi  $1 + 3 = 2$ , koska  $+$ :n taulukon alkioita 1 vastaavan rivin ja alkioita 3 vastaavan sarakkeen leikkauskohdassa on 2.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2

2. Jokaisella muulla alkioilla kuin 0:lla on *käänteisalkio*. Alkion ja sen käänteisalkion kertolaskun tulos on 1. Mikä on alkion 2 käänteisalkio esimerkikikunnassa? Valitse täsmälleen yksi vaihtoehto.
- A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

Kunnan jokainen alkio esiintyy  $+$ :n taulukon jokaisella rivillä pystyviivan oikealla puolella ja jokaisessa sarakkeessa vaakaviivan alapuolella. Kunnan  $\cdot$ :n taulukon rivin 0 ja sarakkeen 0 jokaisessa kohdassa on 0, ja jokainen alkio esiintyy jokaisella muulla rivillä pystyviivan oikealla puolella. Kunnan jokaiselle alkioille pätee  $a + 0 = 0 + a = a$  ja  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ .

3. Piirrä jonkin 3-alkioisen kunnan  $\cdot$ :n taulukko.
4. Piirrä jonkin 3-alkioisen kunnan  $+$ :n taulukko.

5. Kunnan kaikille alkioille  $a$ ,  $b$  ja  $c$  pätee  $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ . Perustele pelkästään tässä tehtävässä annetuilla tiedoilla, että oheisten taulukoiden mukainen järjestelmä ei ole kunta.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	1	0
3	3	2	0	1

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2

On olemassa kunta, jossa on täsmälleen  $n$  alkioita, jos ja vain jos  $n$  on joko alkuluku tai jokin alkuluku kerrottuna itsellään jokin määrä kertoja. Esimerkiksi on olemassa 4-alkioinen kunta, koska  $4 = 2 \cdot 2$  ja 2 on alkuluku. Ei ole olemassa 6-alkioista kuntaa, koska 6 ei ole alkuluku eikä minkään alkuluvun neliö, kuutio tai niin edelleen.

6. Mikä on kolmanneksi pienin sellainen positiivinen kokonaisluku, että ei ole olemassa kuntaa, jossa on niin monta alkioita? Toisin sanoen, jos kunnille mahdolliset nollaa suuremmat koot järjestetään jonoon pienimmästä alkaen, niin mikä positiivinen kokonaisluku on jonossa kolmantena? Valitse täsmälleen yksi vaihtoehto. Tästä kohdasta voit saada 0 tai 0,5 tai 1 pistettä.
- A. 6    B. 8    C. 9    D. 10    E. 12    F. 14





**wc**





