Diplomi-insinööri- ja arkkitehtikoulutuksen yhteisvalinta 2023

Arkkitehtimatematiikan koe 7.6.2023

Tehtävä 1.

Uppgift 1.

Question 1.

Mallivastaus:

a) Todennäköisyys saadaan komplementaaristen todennäköisyyksien tulona: $(1 - 0{,}85)(1 - 0{,}9)(1 - 0{,}95) = 0{,}00075 = 0{,}075\%$.

b) Todennäköisyys pitää laskea yhdistelmänä, jossa kaksi ehtoa toteutuu, mutta kolmas ei. Kysytyksi todennäköisyydeksi saadaan tällöin

$$0{,}85 \cdot 0{,}90 \cdot (1 - 0{,}95) + 0{,}85 \cdot (1 - 0{,}90) \cdot 0{,}95 + (1 - 0{,}85) \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}95 = 0{,}24725 \approx 25\%$$

Modellsvar:

a) Sannolikheten fås som en produkt av de komplementära sannolikheterna: $(1 - 0{,}85)(1 - 0{,}9)(1 - 0{,}95) = 0{,}00075 = 0{,}075\%$.

b) Sannolikheten bör räknas som en kombination där två villkor förverkligas, men inte ett tredje. Den sökta sannolikheten fås då som

$$0{,}85 \cdot 0{,}90 \cdot (1 - 0{,}95) + 0{,}85 \cdot (1 - 0{,}90) \cdot 0{,}95 + (1 - 0{,}85) \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}95 = 0{,}24725 \approx 25\%$$

Model response:

a) The probability is obtained as a product of the complementary probabilities: $(1 - 0.85)(1 - 0.9)(1 - 0.95) = 0.00075 = 0.075\%$.

b) The probability must be calculated as a combination of exactly two conditions coming true. Hence

$$0.85 \cdot 0.90 \cdot (1 - 0.95) + 0.85 \cdot (1 - 0.90) \cdot 0.95 + (1 - 0.85) \cdot 0.90 \cdot 0.95 = 0.24725 \approx 25\%$$

Tehtävä 2.

Uppgift 2.

Question 2.

Mallivastaus: Tähän asti Matti on saanut polttoöljystä $3000 \cdot 10$ kWh = 30000 kWh energiaa, josta talon lämmitykseen on saatu $0{,}9 \cdot 30000$ kWh =27000 kWh. Lämmitysöljy on maksanut $1{,}4 \cdot 3000$ €= 4200 € vuodessa.

Ilma-vesilämpöpumpulla Matti voi tuottaa tarvitsemansa lämpöenergian 27000 kWh käyttämällä $\frac{1}{3} \cdot 27000$ kWh = 9000 kWh sähköä. Tämä sähkömäärä maksaa $9000 \cdot 0{,}15$ € = 1350 €.

Matin lämmityskustannukset alenevat siis 4200 €−1350 €=2850 €vuodessa. Uuden lämmitysjärjestelmän asennuskulut tulevat siis katetuksi $\frac{14250}{2850} = 5$ vuodessa.

Modellsvar: Hittills har Matti fått från brännoljan 3000 · 10 kWh = 30000 kWh energi, av vilket 0,9 · 30000 kWh =27000 kWh har kommit husuppvärmningen till godo. Brännoljan har kostat 1,4 · 3000 €= 4200 € årligen.

Med Luftvärme-och vattenvärmepumpen kan Matti producera den behövliga värmeenergin på 27000 kWh genom att förbruka $\frac{1}{3} \cdot 27000$ kWh = 9000 kWh elenergi. Denna mängd el kostar 9000 · 0,15 €= 1350 €.

Mattis utgifter för uppvärmningen minskar alltså med 4200 €−1350 €=2850 € per år. Det nya värmesystemets installationsutgifter blir alltså täckta inom $\frac{14250}{2850} = 5$ år.

Model response: So far Matti has annually obtained 3000 · 10 kWh = 30000 kWh energy from the fuel oil, of which 0.9 · 30000 kWh =27000 kWh has warmed the house. The oil has cost 1.4 · 3000 €= 4200 € per year.

With the air-water heat pump Matti can obtain the needed thermal energy of 27000 kWh by consuming $\frac{1}{3} \cdot 27000$ kWh = 9000 kWh of electricity. This costs 9000 · 0.15 €= 1350 €.

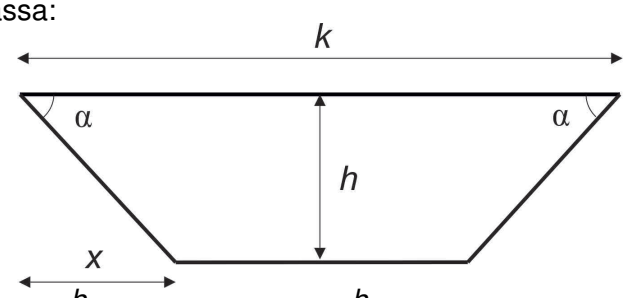
Matti's energy bills therefore are now 4200 €−1350 €=2850 € lesser per year. Therefore it takes $\frac{14250}{2850} = 5$ years to pay for the new heating system.

Tehtävä 3.

Uppgift 3.

Question 3.

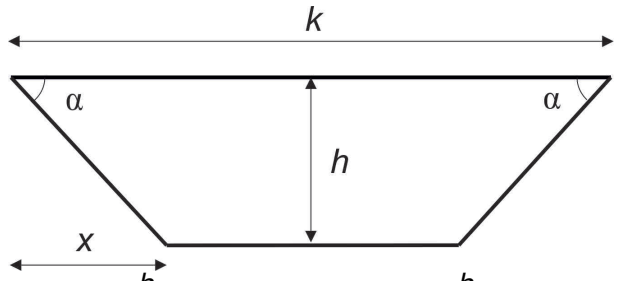
Mallivastaus: Altaan tilavuus saadaan kertomalla päädyn pinta-ala altaan pituudella. Olkoon x kuten kuvassa:



Tällöin $\frac{h}{x} = \tan\alpha$, josta $x = \frac{h}{\tan\alpha}$.

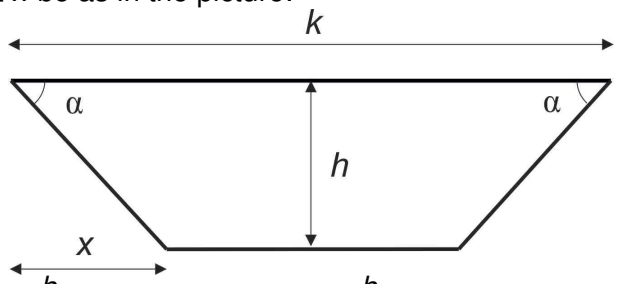
Altaan pääty on siis puolisuunnikas, jonka yhdensuuntaisten sivujen pituudet ovat k ja $k - 2x$. Puolisuunnikkaan pinta-ala on yhdensuuntaisten sivujen pituuden keskiarvo $\frac{1}{2}(k + k - 2x) = k - x$ kerrottuna korkeudella h, siis $A = (k - \frac{h}{\tan\alpha})h$. Sijoittamalla numeeriset arvot saadaan $A = 16{,}67$ m^2, ja edelleen tilavuus $V = 100 \cdot 16{,}67$ m^3 = 1667 m^3.

Modellsvar: Bassängens volym fås genom att man multiplicerar dess tvärsnittsarea med bassängens längd. Må x vars som på bilden:



Då gäller $\frac{h}{x} = \tan\alpha$, ur vilket $x = \frac{h}{\tan\alpha}$.
Bassängens tvärsnitt är alltså en trapets, vars parallella sidor har längderna k och $k-2x$. Trapetsens area är dess höjd h multiplicerad med de parallella sidornas medelvärde, dvs. $A = (k - \frac{h}{\tan\alpha})h$. Genom att insätta numeriska värden fås $A = 16{,}67$ m^2, och vidare volymen som $V = 100 \cdot 16{,}67$ m^3 = 1667 m^3.

Model response: The volume of the basin is obtained my multiplyint the end area byt he length of the basin. Let x be as in the picture:



Thus $\frac{h}{x} = \tan\alpha$, whence $x = \frac{h}{\tan\alpha}$.

The basin end is a trapezium, having k ja $k-2x$ as the lengths of the parallel sides. The area of a trapezium is the average $\frac{1}{2}(k + k - 2x) = k - x$ of the parallel sides multiplied with the height h, hence $A = (k - \frac{h}{\tan\alpha})h$. Substituting the numerical values we obtain $A = 16.67$ m^2, and moreover $V = 100 \cdot 16.67$ m^3 = 1667 m^3.

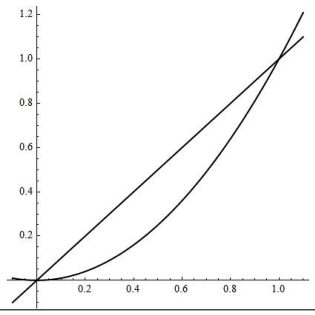
Tehtävä 4.

Uppgift 4.

Question 4.

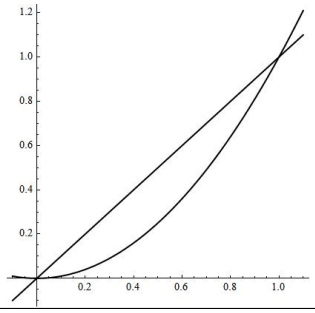
Mallivastaus: Suoran ja käyrän leikkauspisteen x-koordinaatit saadaan yhtälöstä $x = x^2 \Leftrightarrow x \in \{0, 1\}$. Koska välillä $[0, 1]$ on $x^2 \leq x$, on kysytty pinta-ala

$$A = \int_0^1 (x - x^2)\,dx = \Big/_0^1 \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$



Modellsvar: x-koordinaterna för skärningspunkterna mellan linjen och kurvan fås ur ekvationen $x = x^2 \Leftrightarrow x \in \{0, 1\}$. Eftersom $x^2 \leq x$ inom intervallet $[0, 1]$ är den sökta arean

$$A = \int_0^1 (x - x^2)\,dx = \Big/_0^1 \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$



Model response: The x-coordinates of the intersection points of the line and the curve are obtained from the equation $x = x^2 \Leftrightarrow x \in \{0, 1\}$. Since $x^2 \leq x$ in interval, the required area is

$$A = \int_0^1 (x - x^2)\, dx = \Big/_0^1 \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$