

# Diplomi-insinöörien ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013

## Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut

A1 Ampumahiihtäjä ampuu luodin vaakasuoraan kohti maalitaulun keskipistettä. Luodin lähtönopeus on  $v_0 = 445 \text{ m/s}$  ja etäisyys maalitauluun  $s = 50,0 \text{ m}$ .

- a) Kuinka pitkä on luodin lentoaika?  
b) Kuinka kauaksi maalitaulun keskipisteen alapuolelle luoti osuu?

Sarjoittaiset arvot:

	$v_0$ (m/s)	$s$ (m)
A	445	50,0
B	415	50,0
C	355	50,0
D	385	50,0

a) Luodin maanpinnan tason suuntainen liike on tasaista. Nopeuden määritelmän mukaan

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t'}$$

joten luodin lentoaika

$$t = \frac{s}{v_0} = 0,112 \text{ s}$$

b) Valitaan positiivinen maanpintaa vastaan kohtisuora akselisuunta alaspäin. Tähän suuntaan luodin liike on tasaisesti kiihtyvää ja kiihtyvyys on  $a = g$ . Ajan  $t$  kuluttua luoti on pudonnut matkan  $\Delta d$ , joka toteuttaa

$$\Delta d = v_{y0}t + \frac{1}{2}gt^2,$$

jossa  $v_{y0} = 0 \text{ m/s}$ . Näin luoti osuu maalitaulun keskipisteen alapuolelle etäisyydelle

$$\Delta d = \frac{1}{2}gt^2 = 0,0619 \text{ m}$$

a)-kohta:

	$t$ s
A	0,112
B	0,120
C	0,141
D	0,130

b)-kohta:

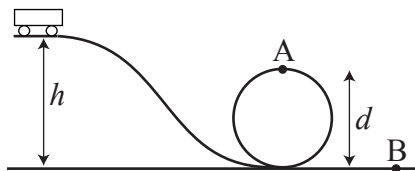
	$d$ (m)
A	0,0619
B	0,0712
C	0,0973
D	0,0827

**Diplomi-insinöörien ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013**  
**Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut**

A2 Vuoristoradan vaunu liikkuu kitkattomasti pitkin rataa. Vaunu lähtee liikkeelle levosta korkeudelta  $h = 43$  m.

a) Kuinka suuri on vaunun nopeus radan lopussa pisteessä B? (2p)

b) Vuoristoradassa on silmukka, jonka korkeus on  $d = 38$  m. Määritä voima, jonka rata kohdistaa vaunuun silmukan lakipisteessä eli kuvan pisteessä A. Vaunun massa on  $m = 290$  kg. (4p)



Tehtävän 2 kuva.

Sarjoittaiset arvot:

	$m$ (kg)	$h$ (m)	$d$ (m)
A	290	43	38
B	290	55	49
C	290	61	55
D	290	52	45

a) Alussa vaunulla on vain potentiaalienergiaa

$$E_{p,a} = mgh$$

ja lopussa pisteessä B vain liike-energiaa

$$E_{k,l} = \frac{1}{2}mv_B^2.$$

Koska vaunun mekaaninen energia säilyy, ovat nämä yhtä suuret

$$E_{p,a} = E_{k,l} \text{ eli } mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

josta voidaan ratkaista vaunun nopeus pisteessä B:

$$v_B = \sqrt{2gh} = 29 \text{ m/s.}$$

b) Vaunun nopeus silmukan lakipisteessä A saadaan a)-kohdan tulosta soveltamalla

$$E_{p,a} = E_{k,l} + E_{p,l}$$

joten

$$v_A = \sqrt{2g(h-d)}.$$

Pisteessä A vaunuun vaikuttavat painovoima  $G$  ja radan tukivoima  $N$ , jotka saavat aikaan vaunun kiihtyvyyden. Valitaan positiivinen suunta pisteessä A alaspäin, jolloin

$$G = mg$$

ja vaunun kiihtyvyys pisteessä A on

$$a = \frac{v_A^2}{r} = \frac{2v_A^2}{d}.$$

Newtonin II lain eli dynamiikan peruslain mukaan pisteessä A, kun merkitään

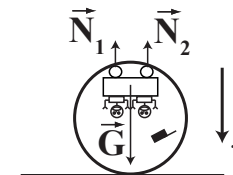
$$N = N_1 + N_2$$

$$\sum F_y = G - N = ma = m \frac{2v_A^2}{d},$$

josta voidaan ratkaista tukivoima  $N$ :

$$N = -m \frac{2v_A^2}{d} + mg = 1,3 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Tukivoima siis osoittaa ylöspäin ja kannattelee vaunua pisteessä A.



Kuva. Mikäli vaunulla ei ole pyöriä, on tukivoimia vain yksi kappale.

a)-kohta:

	$v_B$ (m/s)
A	29
B	33
C	35
D	32

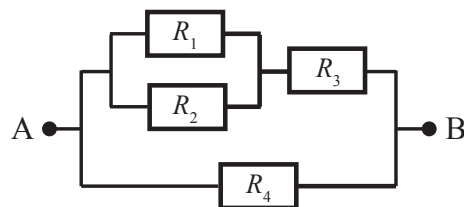
b)-kohta:

	$N$ (N)
A	$1,4 \cdot 10^3$
B	$1,4 \cdot 10^3$
C	$1,6 \cdot 10^3$
D	$1,1 \cdot 10^3$

**Diplomi-insinöörin ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013**  
**Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut**

A3 Oheisessa kytkennässä on neljä vastusta, joiden resistanssit ovat  $R_1 = 6,0 \Omega$ ,  $R_2 = 4,0 \Omega$ ,  $R_3 = 3,0 \Omega$  ja  $R_4 = 5,0 \Omega$ .

- Kuinka suuri on kytkennän kokonaisresistanssi?
- Kuinka suuri on vastuksen  $R_2$  läpi kulkeva virta, kun pisteiden A ja B välille kytketään jännite  $U = 6,0 \text{ V}$ ?



Tehtävän 3 kuva.

Sarjoittaiset arvot:

	$R_1$ ( $\Omega$ )	$R_2$ ( $\Omega$ )	$R_3$ ( $\Omega$ )	$R_4$ ( $\Omega$ )	$U$ (V)
<b>A</b>	6,0	4,0	3,0	5,0	6,0
<b>B</b>	4,0	5,0	7,0	6,0	9,0
<b>C</b>	5,0	7,0	6,0	3,0	6,0
<b>D</b>	3,0	4,0	5,0	6,0	9,0

a) Rinnan kytkettyjen vastusten  $R_1$  ja  $R_2$  yhteinen resistanssi  $R_{12}$  toteuttaa

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

josta

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,4 \Omega$$

Vastukset  $R_1$  ja  $R_2$  on kytketty sarjaan vastuksen  $R_3$  kanssa. Näiden vastusten yhteinen resistanssi on

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 5,4 \Omega$$

Vastukset  $R_1$ ,  $R_2$  ja  $R_3$  on kytketty rinnan vastuksen  $R_4$  kanssa. Näin ollen

$$R_{1234} = \frac{R_{123} R_4}{R_{123} + R_4} = 2,6 \Omega$$

b) Ohmin lain mukaan pisteiden A ja B välillä kulkee virta

$$I_{AB} = \frac{U}{R_{1234}} = 2,3111 \text{ A}$$

Tämä jakautuu ylemmän haaran virraksi  $I_{123}$  ja alemman haaran virraksi  $I_4$ . Kirchhoffin II:n lain mukaan molempien haarojen yli vaikuttaa sama jännite eli

$$R_{123} I_{123} = R_4 I_4$$

ja toisaalta Kirchhoffin I:n lain mukaan

$$I_{AB} = I_{123} + I_4$$

Tästä voidaan ratkaista ylemmän haaran virta

$$I_{123} = \frac{I_{AB}}{1 + \frac{R_{123}}{R_4}} = 1,1111 \text{ A}$$

Ylempässä haarassa virta  $I_{123}$  jakaantuu vastusten  $R_1$  ja  $R_2$  kesken siten että

$$I_1 + I_2 = I_{123}$$

ja

$$R_1 I_1 = R_2 I_2,$$

josta

$$I_2 = \frac{I_{123}}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = 0,67 \text{ A}$$

a)-kohta:

	$R_{1234}$ ( $\Omega$ )
<b>A</b>	2,6
<b>B</b>	3,6
<b>C</b>	2,2
<b>D</b>	3,2

b)-kohta:

	$I_2$ (A)
<b>A</b>	0,67
<b>B</b>	0,43
<b>C</b>	0,28
<b>D</b>	0,57

**Diplomi-insinöörien ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013**  
**Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut**

**A4** Pieni foliopallo, jonka massa on  $m = 52$  mg, kimpoilee edestakaisin kahden levyn välissä. Levyn 1 potentiaali on  $U_1 = +2,0$  kV ja levyn 2 potentiaali on  $U_2 = -2,0$  kV. Levyjen välinen etäisyys on  $d = 2,0$  cm. Foliopallon kapasitanssi on  $C = 11$  pF. Ethän ota painovoimaa etkä ilmanvastusta huomioon.

- a) Kuinka suuri on foliopallon varaus, kun se varautuu levyllä 1?  
 b) Kuinka suuri on foliopallon kiihtyvyys levyjen 1 ja 2 välissä?  
 c) Kuinka pitkä aika foliopallolla kuluu matkaan levyltä 1 levyllä 2?

Sarjoittaiset arvot:

	$m$ (mg)	$U_1$ (kV)	$U_2$ (kV)	$d$ (cm)	$C$ (pF)
<b>A</b>	52	+2,0	-2,0	2,0	11
<b>B</b>	52	+2,0	-2,0	2,0	12
<b>C</b>	52	+2,0	-2,0	2,0	8,5
<b>D</b>	52	+2,0	-2,0	2,0	6,0

a) Foliopallo saa levyllä 1 varauksen

$$Q_1 = CU_1 = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 22 \text{ nC}$$

b) Sähkökenttä on homogeeninen levyjen välissä ja sen voimakkuus on

$$E = \frac{\Delta U}{d} = \frac{U_1 - U_2}{d}$$

Kentässä foliopalloon kohdistuu voima

$$F_E = Q_1 E,$$

joka saa aikaan Newtonin II:n lain eli dynamiikan peruslain mukaan kiihtyvyyden

$$a = \frac{F_E}{m} = \frac{CU_1(U_1 - U_2)}{md} = 85 \text{ m/s}^2.$$

c) Levyjen välissä foliopallon liike on tasaisesti kiihtyvää, joten sillä kuluu levyjen väliseen matkaan aika

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 0,022 \text{ s}$$

a)-kohta:

	$Q$ (C)
<b>A</b>	$2,2 \cdot 10^{-8}$
<b>B</b>	$2,4 \cdot 10^{-8}$
<b>C</b>	$1,7 \cdot 10^{-8}$
<b>D</b>	$1,2 \cdot 10^{-8}$

b)-kohta:

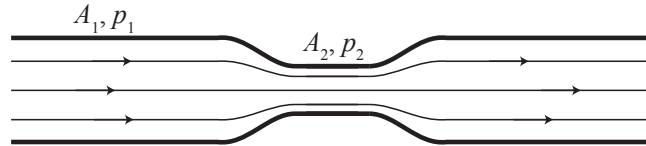
	$a$ (m/s <sup>2</sup> )
<b>A</b>	85
<b>B</b>	92
<b>C</b>	65
<b>D</b>	46

c)-kohta:

	$a$ (s)
<b>A</b>	0,022
<b>B</b>	0,021
<b>C</b>	0,025
<b>D</b>	0,029

**Diplomi-insinöörien ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013**  
**Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut**

- A5 Venturiin putkea käytetään nesteen virtausnopeuden määrittämiseen putkessa. Mittari kytketään putkeen, jonka poikkipinta-ala on  $A_1$ . Venturiin putkessa on kavennus, jonka poikkipinta-ala on  $A_2$ . Nesteen virratessa putken läpi mitataan paine putkessa ( $p_1$ ) ja kavennuksessa ( $p_2$ ). Määritä veden virtausnopeus  $v_1$  (m/s) vaakasuorassa vesijohdossa, jonka poikkipinta-ala on  $A_1 = 64 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , kun mitatut paineet ovat  $p_1 = 55 \text{ kPa}$  ja  $p_2 = 41 \text{ kPa}$ . Kavennuksen poikkipinta-ala on  $A_2 = 32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .



Tehtävän 5 kuva.

Jatkuvuusyhtälön mukaan

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

joten

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

Toisaalta Bernoullin yhtälön mukaan, kun  $y_1 = y_2$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

joten eliminoimalla virtausnopeus kavennuksessa  $v_2$  saadaan

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}} = 3,1 \text{ m/s}$$

**Diplomi-insinöörien ja arkkitehtien yhteisvalinta - dia-valinta 2013**  
**Insinöörivalinnan fysiikan koe 29.5.2013, malliratkaisut**

**A6** Tarkastellaan oheisen teoriaosan kuvan B putkea, kun korkeudet ovat  $y_1 = 1,1$  m,  $y_2 = 2,3$  m ja poikkipinta-alat ovat  $A_1 = 120 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> ja  $A_2 = 250 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>. Paine putkessa kohdassa  $A_2$  on  $p_2 = 280$  kPa. Kohdan  $A_1$  poikkipinnan läpi virtaa  $3,0 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup> vettä sekunnissa.

- Kuinka paljon veden virtausnopeus muuttuu (m/s) kohdasta  $A_1$  kohtaan  $A_2$ ? (1p)
- Kuinka paljon työtä paine-ero tekee yhden sekunnin aikana a)-kohdassa lasketun nopeusmuutoksen aikaansaamiseksi? (2p)
- Kuinka paljon putkessa virtaavan veden liike-energia muuttuu yhden sekunnin aikana? (2p)
- Kuinka paljon veden potentiaalienergia muuttuu yhden sekunnin aikana? (1p)

a) Veden tilavuusvirta

$$R_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

saadaan, kun massavirta jaetaan veden tiheydellä:

$$R_V = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t},$$

sillä  $\Delta m = \rho \Delta V$ . Tästä saadaan tilavuusvirralle

$$R_V = \frac{1}{\rho} \rho A_1 v_1 = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

jatkuvuusyhtälön mukaan. Näin saadaan nesteen virtausnopeudet kohdissa 1 ja 2

$$\begin{cases} v_1 = \frac{R_V}{A_1} = 2,5 \text{ m/s} \\ v_2 = \frac{R_V}{A_2} = 1,2 \text{ m/s}, \end{cases}$$

joten nesteen virtausnopeuden muutos on

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -1,3 \text{ m/s}.$$

b) Paine  $p_1$  kohdassa 1 on ratkaistava Bernoullin yhtälön

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

avulla, josta

$$p_1 = p_2 + \rho g (y_2 - y_1) + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 289367 \text{ Pa}.$$

Yhden sekunnin aikana vettä virtaa putkessa tilavuus

$$\Delta V = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

joten paineen tekemä työ yhden sekunnin aikana on

$$W = (p_1 - p_2) \Delta V = 280 \text{ J}$$

c) Liike-energian muutos yhden sekunnin aikana on

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (\Delta m) v_2^2 - \frac{1}{2} (\Delta m) v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2) = -72 \text{ J}$$

d) Potentiaalienergian muutos yhden sekunnin aikana on

$$\Delta E_p = (\Delta m) g y_2 - (\Delta m) g y_1 = \rho \Delta V g (y_2 - y_1) = 350 \text{ J},$$

joten  $\Delta E_p = W - \Delta E_k$ .