Ohjeita. Laita mielellään useamman tehtävän ratkaisu samalle konseptiarkille, mutta aloita jokainen ratkaisu *tyhjältä sivulta*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa yliviivaamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia. Yleisesti tehtävän ratkaisun tulisi sisältää myös annetun vastauksen perustelut.

Apuvälineet: Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.
Liite: Kaavakokoelma ja kuvaliite.

A1 (a) Ratkaise yhtälö $\dfrac{4x-2}{8-5}\cdot\dfrac{3}{7}-\dfrac{13}{5}=0.$

(b) Hae funktion $f(x)=(3x-2)(2-x)$ suurin arvo välillä $-1\le x\le 1$.

A2 Kolmion kärkipisteet ovat $A(1,2,-3)$, $B(3,-1,3)$ ja $C(-3,6,4)$.

(a) Pisteestä B siirrytään kolmen pituusyksikön verran vektorin $\overline{AC}$ suuntaan. Mihin pisteeseen päädytään?

(b) Laske kärkipistettä A vastaava kulma α asteen sadasosan tarkkuudella.

A3 Lasten lukumäärä kullakin luokka-asteella eräässä koulussa on alla olevassa taulukossa:

luokka-aste	1	2	3	4	5	6	7	8	9
lukumäärä lapsia	0	27	28	31	21	19	15	14	23

Lapsista valitaan satunnaisesti kaksi. Kullakin lapsella on sama todennäköisyys tulla valituksi.

(a) Millä todennäköisyydellä ensimmäiseksi valittu lapsi on luokka-astella 6 tai alemmalla?

(b) Millä todennäköisyydellä kahden valitun lapsen luokka-asteet eroavat vähintään 6 vuodella.

A4 Kaksi majakkaa sijaitsee 64 kilometrin etäisyydellä toisistaan. Veneen etäisyys merellä (tasopinta) on korkeintaan 40 kilometriä kummastakin majakasta. Laske sen alueen pinta-ala neliökilometreissä, jolla vene voi olla.

A5 Paperiarkista (A4, 210 mm × 297 mm) leikataan pala, jonka reunat on merkitty yhtenäistä viivaa käyttäen kuvaliitteen kuvassa 1. Irtileikatusta palasta taitellaan katkoviivoja pitkin avoin kanneton laatikko; kuva 2. Laatikon kaikki neljä sivua ovat kaksinkertaiset, ja pohjan reunoille jätetään lisäksi 10 mm leveä suikale vahvikkeeksi.

(a) Muodosta funktio, joka ilmaisee laatikon tilavuuden kuutiomillimetreissä korkeuden k funktiona.

(b) Kuinka mitat l, p ja k on valittava, jotta laatikon tilavuus olisi mahdollisimman suuri? Anna mitat 0,1 mm tarkkuudella.

A6 Futuro on arkkitehti Matti Suurosen vuonna 1968 sunnittelema muovitalo; katso kuva 4. Laske Futuron tilavuus $0,1\ \mathrm{m}^3$ tarkkuudella käyttäen seuraavia tietoja.

Talo on pyörähdysellipsoidin muotoinen. Sen halkaisija on 8,0 m ja korkeus 4,0 m. Pyörähdysellipsoidi on pyörähdyskappale, joka muodostuu, kun ellipsi

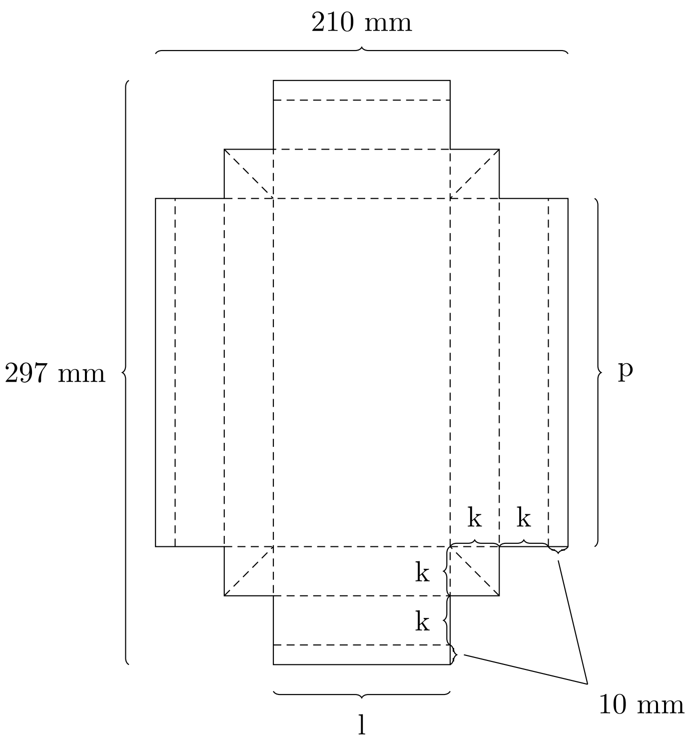
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

pyörähtää x-akselin ympäri. Tässä $a=2$ ja $b=4$ ovat niin sanottujen puoliakselien pituudet. Vertaa kuvaan 3 liitteessä.

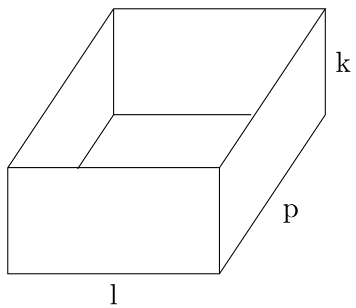
Olkoon $y(x)$, jossa $x\in[x_0,x_1]$, pyörähdyskappaleen pinnan pisteen etäisyys pyörähdysakselista. Pyörähdyskappaleen tilavuus V on tällöin

$$V=\pi\int_{x_0}^{x_1} y(x)^2\,dx.$$

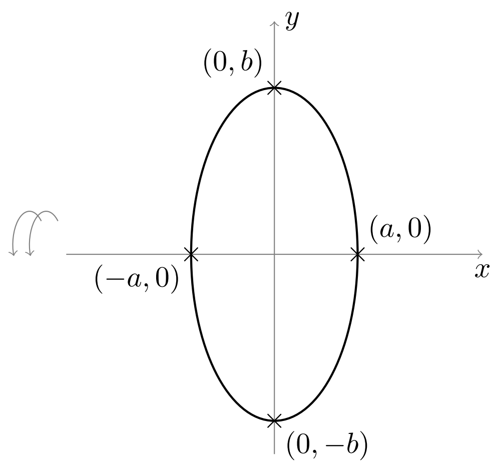
Kuva/Bild 1:



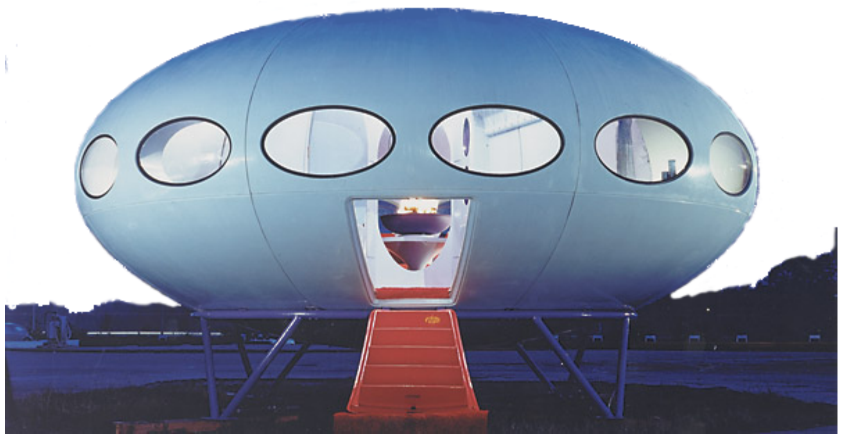
Kuva/Bild 2:



Kuva/Bild 3:



Kuva/Bild 4:



A1 (a) $\frac{4x-2}{8-5}\cdot\frac{3}{7}=\frac{13}{5} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{3(4x-2)}{3\cdot 7}=\frac{13}{5} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{4x-2}{7}=\frac{13}{5}$

$\Leftrightarrow \quad 4x = 7\cdot\frac{13}{5}+2=\frac{101}{5} \quad\Leftrightarrow\quad x=\frac{101}{20}$

(b) $f(x)=(3x-2)(2-x),\quad x\in[-1;\ 1]$ on jatkuva ja derivoituva ja sen suurin arvo on välin päätepisteessä tai derivaatan nollakohdassa.

$$f'(x) = (3x-2)(-1)+3(2-x)=8-6x \qquad (1)$$

$$f'(x_0)=0 \Leftrightarrow x_0=\frac{4}{3} \qquad (2)$$

$$x_0 \notin [-1;\ 1]. \qquad (3)$$

Koska $f'(x)>0\ \forall x\in[-1;\ 1]$ (f monotonisesti kasvava), on suurin arvo $f(1)=1$.

TAI: Suurin arvo saavutetaan välin päissä, $f(-1)=-15<f(1)=1$.

A2 a) $\overline{OP}=\overline{OB}+\frac{3}{|\overline{AC}|}\overline{AC}=(3,-1,3)+\frac{3\cdot(-4,4,7)}{\sqrt{4^2+4^2+7^2}}=\frac{1}{3}(5,1,16)$

Tarkoitettu piste on $P=\left(\frac{5}{3},\frac{1}{3},\frac{16}{3}\right)$

b) Sisätulosta $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=|\overline{AB}||\overline{AC}|\cos(\angle A)$,

$$\cos(\angle A)=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{|\overline{AB}||\overline{AC}|}=\frac{(2,-3,6)\cdot(-4,4,7)}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}\sqrt{4^2+4^2+7^2}}=\frac{22}{63}, \qquad (4)$$

TAI kosinilauseesta: $|\overline{BC}|^2=|\overline{AB}|^2+|\overline{AC}|^2-2|\overline{AB}||\overline{AC}|\cos\angle A$

$$\cos(\angle A)=\frac{|\overline{AB}|^2+|\overline{AC}|^2-|\overline{BC}|^2}{2|\overline{AB}||\overline{AC}|}=\frac{49+81-86}{2\sqrt{49\cdot 81}}=\frac{22}{63} \qquad (5)$$

$\angle A=69,56(1)^\circ$.

A3 a) Lapsia on

$$N=27+28+31+21+19+15+14+23=178,$$

joista vuosiluokalla 6 tai nuorempia

$$n=27+28+31+21+19=126,$$

joten

$$p=\frac{n}{N}=\frac{126}{178}\approx 0,70787\ .$$

b) Mahdollisia pareja on $\binom{N}{2}=\frac{178\cdot 177}{2}=15753$, Olkoon parin vuosikurssiltaan nuoremman lapsen vuosikurssi a ja vanhemman b, jossa $a\le b$.

	$a\ge 4$	$a=3$	$a=2$	$(a=1)$	
$b\le 6$	-	-	-	·	
$b=7$	-	-	-	·	$n=15$
$b=8$	-	-	+	·	$n=14$
$b=9$	-	+	+	·	$n=23$
		$n=28$	$n=27$	$(n=0)$	

Taulukossa merkitään '+':lla suosiollisia pareja, joita on siis yhteensä

$$28\cdot 23+27\cdot 14+27\cdot 23=1643,$$

joten $p=\frac{1643}{15753}=0,104$.

A4 Viitaten kuvaan alla merkitään $r=40$ ja $2b=64$. Kysytty pinta-ala, A, muodostuu kahdesta identtisestä ympyrän segmentistä, joista toinen on merkitty kuvaan.

Segmenttiä vastaavan ympyräsektorin kulma on 2α, ja pinta-ala

$$A_s=\frac{2\alpha}{2\pi}\pi r^2=\alpha r^2. \qquad (6)$$

Segmentin pinta-ala, $A/2$, saadaan erotuksena sektorin pinta-alasta A_s ja ja tasakylkisen kolmion pinta-alasta

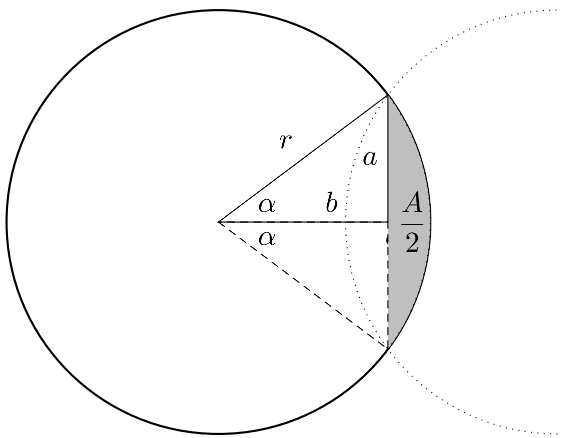
$$A_t=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot b=ab \qquad (7)$$

jossa $b=r\cos\alpha$ ja $a=r\sin\alpha$ tai $b=32$ ja $a=\sqrt{r^2-b^2}=24$. Tästä

$$\cos\alpha=b/r=4/5;\quad \text{tai}\quad \sin\alpha=a/r=3/5;\quad \alpha=0,64350. \qquad (8)$$

$$\frac{1}{2}A = A_s - A_t = \alpha r^2 - ab \quad (9)$$
$$A = 523,203\cdots \approx 523\,\mathrm{km}^2. \quad (10)$$

Huomaa: jos α asteissa, kaavat muuttuvat hieman.



A5 Arkin mitoista saadaan

$$p = 210 - 4k - 2\cdot 10, \qquad l = 297 - 4k - 2\cdot 10,$$

ja mitat ovat positiivisia:

$$k,p,l \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad k \geq 0 \ \wedge \ k \leq 47,5 \ \wedge \ k \leq 69,25 \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq k \leq 47,5$$

Tilavuus

$$\begin{aligned} V &= lpk && (11)\\ &= (297-4k-20)(210-4k-20)k && (12)\\ &= (277-4k)(190-4k)k && (13)\\ &= 52630k - 1868k^2 + 16k^3 && (14)\\ 0 = V' &= 52630 - 3736k + 48k^2 && (15)\\ \Leftrightarrow \quad k &= \frac{3736 \mp \sqrt{3852736}}{96} = \frac{467 \mp \sqrt{60199}}{12} && (16)\\ &= \begin{cases} 18,4704 \\ 59,3629 \end{cases} && (17) \end{aligned}$$

Välin päissä $k = 0$ tai $p = 0$ ja siis myös $V(0) = V(47,5) = 0$, joten suurin tilavuus saadaan derivaatan nollakohdassa (välin sisällä)

$$\max_{0\leq k\leq 47,5} V(k) = V(18,4704) \approx 0,436\mathrm{dm}^3,$$

$$l \times p \times k = 203,1 \times 116,1 \times 18,5.$$

A6 Ratkaistaan y–koordinaatti:

$$y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \quad (18)$$

jossa $x \in [-a,a]$, joten

$$\begin{aligned} V &= \pi\int_{-a}^{a} y(x)^2\,dx = \pi b^2 \int_{-a}^{a}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)dx && (19)\\ &= \pi b^2 \Big/_{-a}^{a}\left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right) = 2\pi b^2\left(a - \frac{a^3}{3a^2}\right) = \frac{4\pi}{3}b^2 a && (20)\\ &= \frac{128\pi}{3} \approx 134,0(4) && (21) \end{aligned}$$

Arvostelu

Alla: numerolla suluissa viitataan kaavan numeroon mallivastauksessa.

A1 Osakohdat 2p+4p.

a) Pieni laskuvirhe 1p.

b) Parabelin huippu x_0 +2p; perustelut +2p. päätepisteiden tarkastelusta, $f(-1)$ ja $f(1)$, voidaan hyvittää +1p muiden ansioiden puuttuessa. Leikkauspisteiden $f(x) = 0$ laskemisesta sellaisenaan ei hyvitetä.

A2 Osakohdat 3p+3p.

a) Kaava $\overline{OP} = \overline{OB} + \beta\overline{AC}$, jossa $\overline{OB}$ ja $\overline{AC}$ oikein +1p. $\beta = \frac{3}{|\overline{AC}|}$ +1p. P ok, +1p.

b) Lauseke (5) tai +2p. Vastaus +1p.

A3 Osakohdat 2p+4p.

a) a) Pieni laskuvirhe 1p.

b) Kaikkien tapausten luokittelu (esim taulukko) +1p; lähes oikea todennäköisyys ainakin yhdelle tapauksella tai vastaava +1p ; kokonaistodennäköisyys +2p.

A4 Pinta-ala A_s (ei kuitenkaan pelkkä kaava) (6) +2p; Pinta-ala A_t (7) +1p; vastaus A +3p. Vastauksena väärä alue, maksimissaan 4p

A5 Osakohdat 2p+4p.

a) Muodostettu p, l +1p; $V(k)$ (12) +1p;

b) V' muodostettu ja $V'(k) = 0$ ratkaistu (16) +2p; vastaus ja määrittelyalueen reunapisteiden tarkastelu +2p.

A6 Lauseke (18) +2p; lauseke (19) +1p; integrointi +2p; vastaus myös lukuarvona +1p. Mikäli lausekkeessa (18) on pieni virhe, voidaan oikein suoritetusta integroinnista hyvittää korkeintaan 2p.

Anvisningar. Placera gärna lösningar på flera uppgifter på samma koncept papper, men börja varje lösning *på en tom sida*. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen. Generellt borde lösningen omfatta även argumentationen för det givna svaret.

Hjälpmedel: Skrivredskap och funktionsräknare.

Bilaga: Formelsamling och bildbilaga.

A1 (a) Lös ekvationen $\dfrac{4x-2}{8-5}\cdot\dfrac{3}{7}-\dfrac{13}{5}=0.$

(b) Sök funktionens $f(x)=(3x-2)(2-x)$ största värde i intervallet $-1\le x\le 1$.

A2 Triangelns hörnpunkter är $A(1,2,-3)$, $B(3,-1,3)$ och $C(-3,6,4)$.

(a) Från punkten B går man tre längdenheter i vektorns $\overline{AC}$ riktning. I vilken punkt hamnar man då?

(b) Beräkna vinkeln α motsvarande hörnpunkten A med en hundradels grads noggrannhet

A3 Antalet barn i respektive årsklass i en skola ges av nedanstående tabell:

årsklass	1	2	3	4	5	6	7	8	9
antal barn	0	27	28	31	21	19	15	14	23

Två av barnen väljs slumpmässigt. Varje barn har samma sannolikhet att bli utvalt.

(a) Med vilken sannolikhet går det förstvalda barnet i årsklass 6 eller lägre?

(b) Med vilken sannolikhet skiljer de två utvalda barnens årsklasser med minst 6 år?

A4 Två fyrar står på 64 kilometers avstånd från varandra. En båt ligger på en sjö (plan yta) på högst 40 kilometers avstånd från båda fyrarna. Beräkna arean i kvadratkilometer hos området, där båten kan befinna sig.

A5 Ur ett pappersark (A4, 210 mm × 297 mm) klipps ut en bit, vars yttre kanter är märkta med en heldragen linje på bild 1 i bildbilagan. Den utklippta biten viks längs de streckade linjerna till en öppen låda utan lock; bild 2. Lådans alla fyra sidor är dubbla, och vid bottens kant lämnas dessutom en 10 mm bred remsa som förstärkning.

(a) Bestäm den funktion, som ger lådans volym i kubikmillimeter som en funktion av höjden k.

(b) Hur borde man välja måtten l, p och k för att lådans volym skall maximeras. Ge måtten med 0,1 mm noggrannhet.

A6 Futuro är ett plasthus planerat år 1968 av arkitekten Matti Suuronen; se bild 4. Beräkna Futuros volym med en noggrannhet på $0,1\ \mathrm{m}^3$ med hjälp av följande information.

Huset har formen av en rotationsellipsoid. Husets diameter är 8,0 m och höjd 4,0 m. En rotationsellipsoid är en rotationskropp, som uppkommer, då ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

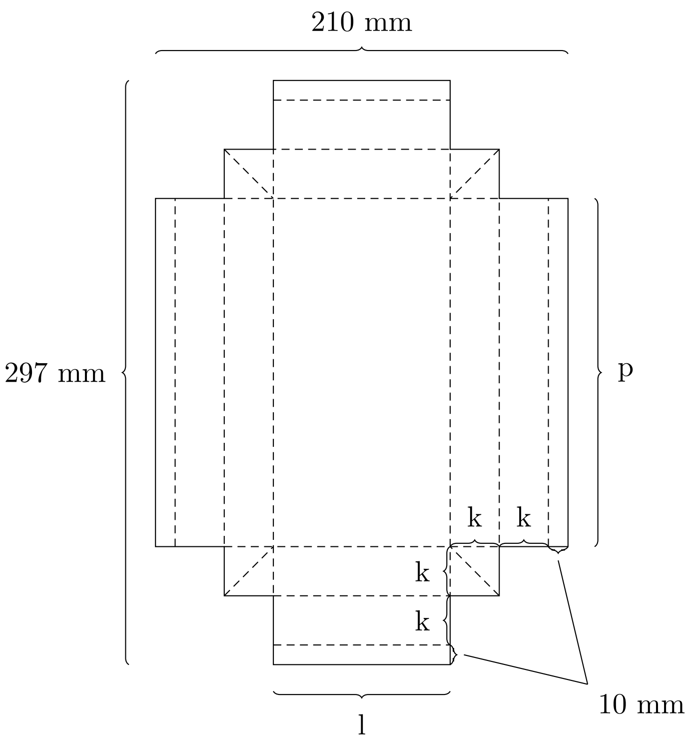
roterar kring x-axeln. Här $a=2$ och $b=4$ är längder av de så kallade halvaxlarna. Jämför med bild 3 i bilagan.

Låt $y(x)$, där $x\in[x_0,x_1]$, vara avståndet från punkten på rotationskroppens yta till rotationsaxeln. Rotationskroppens volym V är då

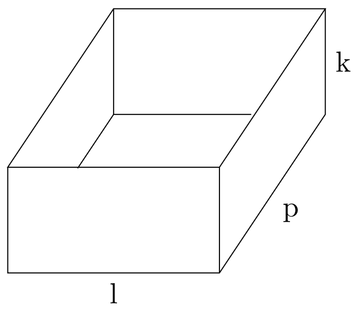
$$V=\pi\int_{x_0}^{x_1} y(x)^2\,dx.$$

Kuvaliite, Arkkitehtivalinnan matematiikan koe, 18.5.2015 klo 13-16
Bildbilaga, Arkitekturantagningens prov i matematik, 18.5.2015 kl 13-16

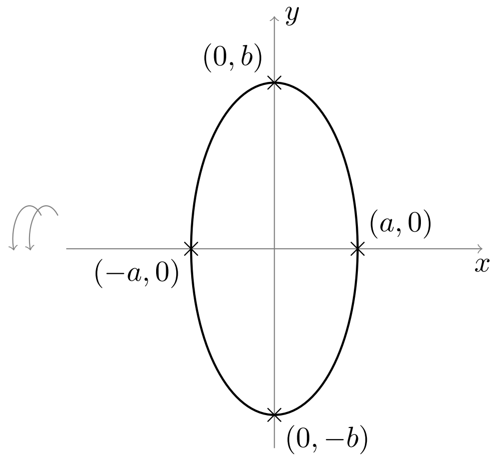
Kuva/Bild 1:



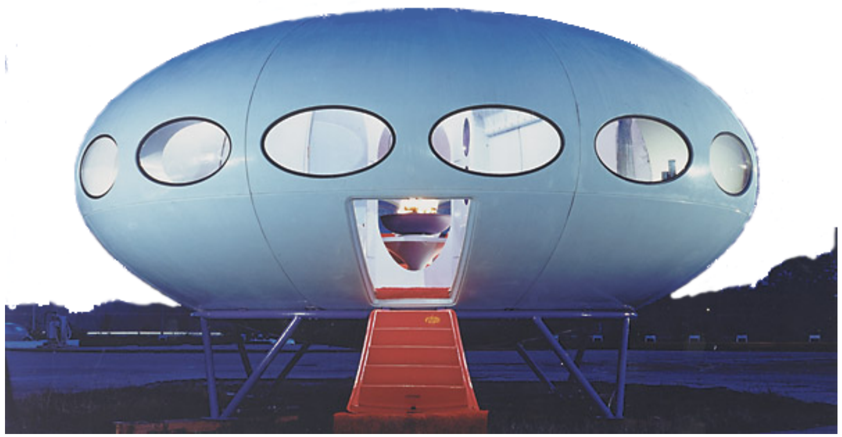
Kuva/Bild 2:



Kuva/Bild 3:



Kuva/Bild 4:



A1 (a) $\dfrac{4x-2}{8-5}\cdot\dfrac{3}{7}=\dfrac{13}{5} \quad\Leftrightarrow\quad \dfrac{3(4x-2)}{3\cdot 7}=\dfrac{13}{5} \quad\Leftrightarrow\quad \dfrac{4x-2}{7}=\dfrac{13}{5}$

$\Leftrightarrow \quad 4x=7\cdot\dfrac{13}{5}+2=\dfrac{101}{5} \quad\Leftrightarrow\quad x=\dfrac{101}{20}$

(b) $f(x)=(3x-2)(2-x), \quad x\in[-1;\ 1]$ är kontinuerlig och deriverbar och dess största värde finns i derivatans nollställe eller i intervallets ändpunkt.

$$f'(x) = (3x-2)(-1)+3(2-x)=8-6x \qquad (1)$$

$$f'(x_0)=0 \Leftrightarrow x_0=\frac{4}{3} \qquad (2)$$

$$x_0 \notin [-1;\ 1]. \qquad (3)$$

Eftersom $f'(x)>0\ \forall x\in[-1;\ 1]$ (f monotoniskt växande), är det störta värdet $f(1)=1$.

ELLER: Det största värdet nås i en av ändpunkterna, $f(-1)=-15<f(1)=1$.

A2 a) $\overline{OP}=\overline{OB}+\frac{3}{|\overline{AC}|}\overline{AC}=(3,-1,3)+\frac{3\cdot(-4,4,7)}{\sqrt{4^2+4^2+7^2}}=\frac{1}{3}(5,1,16)$

Den avsedda punkten är $P=\left(\frac{5}{3},\frac{1}{3},\frac{16}{3}\right)$

b) Från innerprodukten $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=|\overline{AB}||\overline{AC}|\cos(\angle A)$,

$$\cos(\angle A)=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{|\overline{AB}||\overline{AC}|}=\frac{(2,-3,6)\cdot(-4,4,7)}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}\sqrt{4^2+4^2+7^2}}=\frac{22}{63}, \qquad (4)$$

ELLER från cosinussatsen: $|\overline{BC}|^2=|\overline{AB}|^2+|\overline{AC}|^2-2|\overline{AB}||\overline{AC}|\cos\angle A$

$$\cos(\angle A)=\frac{|\overline{AB}|^2+|\overline{AC}|^2-|\overline{BC}|^2}{2|\overline{AB}||\overline{AC}|}=\frac{49+81-86}{2\sqrt{49\cdot 81}}=\frac{22}{63} \qquad (5)$$

$\angle A=69,56(1)^\circ$.

A3 a) Barn finns det sammanlagt

$$N=27+28+31+21+19+15+14+23=178,$$

av vilka i årsklass 6 eller yngre

$$n=27+28+31+21+19=126,$$

följaktligen

$$p=\frac{n}{N}=\frac{126}{178}\approx 0,70787\ .$$

b) Möjliga par finns det $\binom{N}{2}=\frac{178\cdot 177}{2}=15753$, För varje par betecknar vi det 'yngre' barnets årskurs a och det 'äldre' barnets årskurs b, där $a\le b$.

	$a\ge 4$	$a=3$	$a=2$	$(a=1)$	
$b\le 6$	-	-	-	·	
$b=7$	-	-	-	·	$n=15$
$b=8$	-	-	+	·	$n=14$
$b=9$	-	+	+	·	$n=23$
		$n=28$	$n=27$	$(n=0)$	

I tabellen markerar '+' de gynnsamma paren, av vilka det finns sammanlagt

$$28\cdot 23+27\cdot 14+27\cdot 23=1643,$$

följaktligen $p=\frac{1643}{15753}=0,104$.

A4 Hänvisande till bilden nedan, låt oss beteckna $r=40$ och $2b=64$. Den i frågan avsedda ytan, A, består av två identiska cirkelsegment, av vilka det ena har markerats i bilden.

Sektorn motsvarande segmentet har vinkeln 2α och ytan

$$A_s=\frac{2\alpha}{2\pi}\pi r^2=\alpha r^2. \qquad (6)$$

Ytan av segmentet, $A/2$, är differensen mellan ytan av sektorn och ytan av den likbenta triangeln

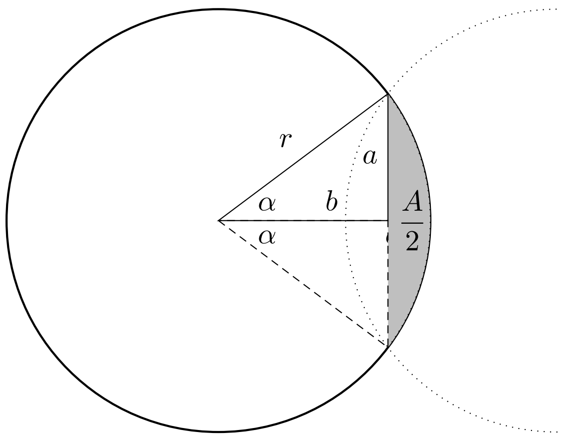
$$A_t=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot b=ab \qquad (7)$$

där $b=r\cos\alpha$ och $a=r\sin\alpha$ eller $b=32$ och $a=\sqrt{r^2-b^2}=24$. Härifrån

$$\cos\alpha=b/r=4/5; \quad \text{eller} \quad \sin\alpha=a/r=3/5; \quad \alpha=0,64350. \qquad (8)$$

$$\frac{1}{2}A = A_s - A_t = \alpha r^2 - ab \tag{9}$$
$$A = 523,203\cdots \approx 523\,\text{km}^2. \tag{10}$$

Obs: om α inte i radianer måste α skalas.



A5 Arkens mått ger oss

$$p = 210 - 4k - 2\cdot 10, \qquad l = 297 - 4k - 2\cdot 10,$$

och måtten är positiva:

$$k,p,l \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad k \geq 0 \,\wedge\, k \leq 47,5 \,\wedge\, k \leq 69,25 \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq k \leq 47,5$$

Volymen

$$\begin{aligned} V &= lpk && (11)\\ &= (297-4k-20)(210-4k-20)k && (12)\\ &= (277-4k)(190-4k)k && (13)\\ &= 52630k - 1868k^2 + 16k^3 && (14)\\ 0 = V' &= 52630 - 3736k + 48k^2 && (15)\\ \Leftrightarrow \quad k &= \frac{3736 \mp \sqrt{3852736}}{96} = \frac{467 \mp \sqrt{60199}}{12} && (16)\\ &= \begin{cases} 18,4704 \\ 59,3629 \end{cases} && (17) \end{aligned}$$

I intervallets ändor har man $k = 0$ eller $p = 0$, och därmed även $V = 0$, så att den största volymen nås i derivatans nollställe (inom intervallet)

$$\max_{0\leq k\leq 47,5} V(k) = V(18,4704) \approx 0,436\text{dm}^3,$$

$$l \times p \times k = 203,1 \times 116,1 \times 18,5.$$

A6 Man löser y–koordinaten:

$$y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \tag{18}$$

där $x \in [-a, a]$, så att

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-a}^{a} y(x)^2\,dx \quad = \pi b^2 \int_{-a}^{a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx && (19)\\ &= \pi b^2 \Big/_{-a}^{a} \left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right) \quad = 2\pi b^2 \left(a - \frac{a^3}{3a^2}\right) \quad = \frac{4\pi}{3} b^2 a && (20)\\ &= \frac{128\pi}{3} \quad \approx 134,0(4) && (21) \end{aligned}$$

Bedömningen

Nedan: med ett nummer i parentes avses formelnummer i modelsvaret.

A1 Deluppgifterna 2p+4p.

a) Ett litet räknefel 1p.

b) Parabelns extrempunkt x_0 +2p; begrunderna +2p. Analys av ändpunkterna, $f(-1)$ ja $f(1)$, kan ge +1p, då andra grunder inte finns. Att räkna skärningspunkterna $f(x) = 0$ ger inga poäng i sig.

A2 Deluppgifterna 3p+3p.

a) Formel $\overline{OP} = \overline{OB} + \beta\overline{AC}$, där $\overline{OB}$ och $\overline{AC}$ rätt +1p. $\beta = \frac{3}{|\overline{AC}|}$ +1p. P ok, +1p.

b) Formel (5) eller +2p. Svaret +1p.

A3 Deluppgifterna 2p+4p.

a) a) Ett litet räknefel 1p.

b) Samtliga fall nerskrivna (t.ex tabellen) +1p; nästa rätt sannolikhet för ett fall eller dylikt +1p; rätt sannolikhet +2p.

A4 Ytan A_s (inte enbart en formel) (6) +2p; ytan A_t (7) +1p; svaret A +3p. Ett felaktigt område som svar, max 4p

A5 Deluppgifterna 2p+4p.

a) Formade p, l +1p; $V(k)$ (12) +1p;

b) V' formad och $V'(k) = 0$ löst (16) +2p; svaret och analys av domänets ändpunkter +2p.

A6 Formel (18) +2p; formel (19) +1p; integrering +2p; svaret även numeriskt +1p. Om formeln (18) har ett litet fel, kan motsvarande rätt integrering ge högst 2p.