

Arkitektantagningens prov i matematik 22.5.2017, Lösningar(SERIE A)

1. a) Vilka reella tal  $x$  uppfyller likheten  $|x| = 2$ ? (1 p.)
- b) Vilka reella tal  $x$  uppfyller likheten  $x^2 = 2$ ? (1 p.)
- c) Vilka reella tal  $x$  uppfyller likheten  $\frac{1+x+3}{3} = 2$ ? (1 p.)
- d) Vilka reella tal  $x$  uppfyller likheten  $x^2 - 4x - 16 = 2$ ? (1 p.)
- e) Vilka reella tal  $x$  uppfyller olikheten  $|x| > 2$ ? (1 p.)
- f) Vilka reella tal  $x$  uppfyller olikheten  $x + 1 < 2$ ? (1 p.)

Lösning:

a) Ekvationen  $|x| = 2$  uppfylls om och endast om  $x$  är 2 eller om  $x$  är -2.

Svar: De reella talen 2 och -2.

Serie B:  $|x| = 3$ , Svar: 3 och -3.

Serie C:  $|x| = 5$ , Svar: 5 och -5.

Serie D:  $|x| = 7$ , Svar: 7 och -7.

b) Ekvationen  $x^2 = 2$  uppfylls om och endast om  $x$  är  $\sqrt{2}$  eller om  $x$  är  $-\sqrt{2}$ .

Svar: De reella talen  $\sqrt{2}$  och  $-\sqrt{2}$ .

Serie B:  $x^2 = 3$ , Svar:  $\sqrt{3}$  och  $-\sqrt{3}$ .

Serie C:  $x^2 = 5$ , Svar:  $\sqrt{5}$  och  $-\sqrt{5}$ .

Serie D:  $x^2 = 7$ , Svar:  $\sqrt{7}$  och  $-\sqrt{7}$ .

c) Vi ser att

$$\begin{aligned}\frac{1+x+3}{3} &= 2 \\ \Leftrightarrow 1+x+3 &= 3 \cdot 2 \\ \Leftrightarrow 1+x+3 &= 6 \\ \Leftrightarrow x+4 &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 6-4 \\ \Leftrightarrow x &= 2.\end{aligned}$$

Svar: Det reella talet 2.

Serie B:  $\frac{1+x+5}{3} = 3$ , Svar: 3.

Serie C:  $\frac{1+x+9}{3} = 5$ , Svar: 5.

Serie D:  $\frac{1+x+13}{3} = 7$ , Svar: 7.

d) Vi ser att

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 16 &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x - 18 &= 0.\end{aligned}$$

Parabelns  $y = x^2 - 4x - 18$  nollställen är

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 72}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4 \cdot (4 + 18)}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 2 \cdot \sqrt{4 + 18}}{2} = 2 \pm \sqrt{22}.\end{aligned}$$

Svar: De reella talen  $2 + \sqrt{22}$  och  $2 - \sqrt{22}$ .

Serie B:  $x^2 - 4x - 15 = 3$ , Svar:  $2 + \sqrt{22}$  och  $2 - \sqrt{22}$ .

Serie C:  $x^2 - 4x - 13 = 5$ , Svar:  $2 + \sqrt{22}$  och  $2 - \sqrt{22}$ .

Serie D:  $x^2 - 4x - 11 = 7$ , Svar:  $2 + \sqrt{22}$  och  $2 - \sqrt{22}$ .

e) Olikheten  $|x| > 2$  uppfylls om och endast om  $x > 2$  eller  $x < -2$ .

Svar: De reella tal som är strikt större än 2 och de reella tal som är strikt mindre än  $-2$ .

Serie B:  $|x| > 3$ , Svar: De reella tal som är strikt större än 3 och de reella tal som är strikt mindre än  $-3$ .

Serie C:  $|x| > 5$ , Svar: De reella tal som är strikt större än 5 och de reella tal som är strikt mindre än  $-5$ .

Serie D:  $|x| > 7$ , Svar: De reella tal som är strikt större än 7 och de reella tal som är strikt mindre än  $-7$ .

f) Vi ser att

$$\begin{aligned}x + 1 &< 2 \\ \Leftrightarrow x &< 2 - 1 \\ \Leftrightarrow x &< 1.\end{aligned}$$

Svar: De reella tal som är strikt mindre än 1.

Serie B:  $x + 1 < 3$ , Svar: De reella tal som är strikt mindre än 2.

Serie C:  $x + 1 < 5$ , Svar: De reella tal som är strikt mindre än 4.

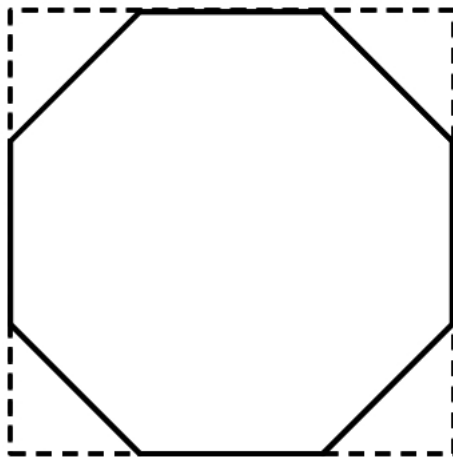
Serie D:  $x + 1 < 7$ , Svar: De reella tal som är strikt mindre än 6.

2. När passande trianglar skärs bort från hörnen av en kvadratisk skiva fås en regelbunden åttahörning.

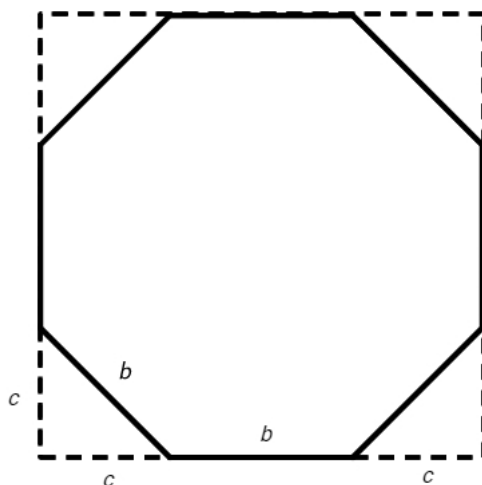
- a) Rita en figur av åttahörningen inuti kvadraten. (1 p.)
- b) Låt kvadratens sida vara 7 meter. Vad är längden av åttahörningens sida? Ge i svaret det exakta värdet och ett approximativt värde med två decimaler. (5 p.)

Lösning:

a) Figur:



b) Låt åttahörningens sidor ha längd  $b$  och låt triangelnars sidor ha längderna  $b$ ,  $c$  och  $c$ .



Pythagoras sats säger att  $b^2 = c^2 + c^2$ . Vi ser att

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + c^2 \\ \Leftrightarrow b^2 &= 2c^2 \\ \Leftrightarrow \frac{b^2}{2} &= c^2 \\ \Leftrightarrow c &= \frac{b}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Vi ser också att kvadratens sidolängd uppfyller  $7 \text{ m} = c + b + c$ . När vi substituerar  $c = \frac{b}{\sqrt{2}}$ , får vi

$$7 \text{ m} = \frac{b}{\sqrt{2}} + b + \frac{b}{\sqrt{2}} = b \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} + b = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)b.$$

På grund av detta

$$b = \frac{7 \text{ m}}{\frac{2}{\sqrt{2}} + 1} = \frac{7 \text{ m}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot 7 \text{ m}}{(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 1)} = \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot 7 \text{ m}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 7 \text{ m} \cdot \sqrt{2} - 7 \text{ m} \approx 2,90 \text{ m}.$$

Svar: Åttahörningens sidolängd är  $7 \cdot \sqrt{2} - 7$  meter. Närmvärde med två decimalers noggrannhet är 2,90 meter.

Serie B: Kvadratens sidolängd är 11 meter. Svar: Åttahörningens sidolängd är  $11 \cdot \sqrt{2} - 11$  meter. Närmvärde med två decimalers noggrannhet är 4,56 meter.

Serie C: Kvadratens sidolängd är 5 meter. Svar: Åttahörningens sidolängd är  $5 \cdot \sqrt{2} - 5$  meter. Närmvärde med två decimalers noggrannhet är 2,07 meter.

Serie D: Kvadratens sidolängd är 3 meter. Svar: Åttahörningens sidolängd är  $3 \cdot \sqrt{2} - 3$  meter. Närmvärde med två decimalers noggrannhet är 1,24 meter.

3. Sannolikheten att ett objekt utskrivet med en 3D-skrivare är felaktigt är  $\frac{1}{6}$ . Om man skriver ut flera objekt är sannolikheterna för fel oberoende av varandra.

a) Vad är sannolikheten att alla av tre utskrivna objekt är korrekta? Ge exakt svar. (2 p.)

b) Vad är sannolikheten att åtminstone ett objekt av tre utskrivna objekt är korrekt? Ge exakt svar. (2 p.)

c) Efter utskrift går objektet (felaktigt eller korrekt) igenom en efterprocess. Sannolikheten att objektet skadas och får fel i efterprocessen är  $\frac{1}{5}$  oberoende av om objektet fått fel redan i utskriftsprocessen. Vad är sannolikheten att det färdiga objektet är korrekt? Ge exakt svar. (2 p.)

Lösning:

a) Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{6}$ . Därför är sannolikheten att ett utskrivet objekt är korrekt

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Om man skriver ut flera objekt är sannolikheterna för fel oberoende av varandra. Därför är sannolikheten att tre utskrivna objekt alla är korrekta

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{125}{216}.$$

Svar: Sannolikheten att alla tre utskrivna objekt är korrekta är  $\frac{125}{216}$ .

Serie B: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{7}$ . Svar:  $\frac{216}{343}$ .

Serie C: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{5}$ . Svar:  $\frac{64}{125}$ .

Serie D: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{4}$ . Svar:  $\frac{27}{64}$ .

b) Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{6}$ . Om man skriver ut flera objekt är sannolikheterna för fel oberoende av varandra. Därför är sannolikheten att alla tre utskrivna objekt är felaktiga

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{216}.$$

På grund av detta är sannolikheten att åtminstone ett objekt av tre utskrivna objekt är korrekt

$$1 - \frac{1}{216} = \frac{216}{216} - \frac{1}{216} = \frac{216 - 1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Svar: Sannolikheten att åtminstone ett objekt av tre utskrivna objekt är korrekt är  $\frac{215}{216}$ .

Serie B: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{7}$ . Svar:  $\frac{342}{343}$ .

Serie C: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{5}$ . Svar:  $\frac{124}{125}$ .

Serie D: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{4}$ . Svar:  $\frac{63}{64}$ .

c) Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{6}$ . Därför är sannolikheten att ett utskrivet objekt är korrekt

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Sannolikheten att objektet skadas och får fel i efterprocessen är  $\frac{1}{5}$  oberoende av om objektet fått fel redan i utskriftsprocessen. På grund av detta är sannolikheten att objektet inte skadas i efterprocessen

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5 - 1}{5} = \frac{4}{5}$$

oberoende av om objektet fått fel redan i utskriftsprocessen. Därför är sannolikheten att objektet inte skadas under hela processen (med andra ord, sannolikheten att det färdiga objektet är korrekt)

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Svar: Sannolikheten att det färdiga objektet är korrekt är  $\frac{2}{3}$ .

Serie B: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{7}$ , sannolikheten att objektet skadas i efterprocessen är  $\frac{1}{6}$ . Svar:  $\frac{5}{7}$ .

Serie C: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{5}$ , sannolikheten att objektet skadas i efterprocessen är  $\frac{1}{4}$ . Svar:  $\frac{3}{5}$ .

Serie D: Sannolikheten att ett utskrivet objekt är felaktigt är  $\frac{1}{4}$ , sannolikheten att objektet skadas i efterprocessen är  $\frac{1}{3}$ . Svar:  $\frac{1}{2}$ .

4. Arkitekt K. Kansalainen äger en flott villa. Direkt eluppvärmning av denna villa kostar 3 000 euro per år. Arkitekt K. Kansalainen överväger att installera en luftvärmepump. Installation av pumpen kostar 5 000 euro. Som alternativ till luftvärmepumpen överväger K. Kansalainen jordvärme. Installation av jordvärme kostar 20 000 euro. Luftvärmepumpen skulle leda till en besparing på 25% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Jordvärmen skulle leda till en besparing på 55% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Antag att den allmänna kostnadsnivån förblir densamma.

a) Beräkna kostnaderna under en 10-års period för dessa tre uppvärmningsalternativ.

(2 p.)

b) Arkitekt K. Kansalainen väljer luftvärmepumpen. Efter hur lång tid är den totala kostnaden för detta alternativ mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme? Vad är svaret om K. Kansalainen väljer jordvärme istället? Efter hur lång tid är den totala kostnaden för detta alternativ mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme?

(4 p.)

Lösning:

a)

Direkt eluppvärmning:

Direkt eluppvärmning kostar 3000 euro per år, vilket ger totalkostnad över 10 år på

$$10 \cdot 3000 \text{ euro} = 30000 \text{ euro}.$$

Luftvärmepump:

Installation av luftvärmepumpen kostar 5000 euro. Luftvärmepumpen leder till en besparing på 25% för de årliga uppvärmningskostnaderna. På grund av detta blir kostnaden för ett år

$$3000 \text{ euro} - 0,25 \cdot 3000 \text{ euro} = 3000 \text{ euro} - 750 \text{ euro} = 2250 \text{ euro}.$$

Detta ger en totalkostnad över 10 år på

$$5000 \text{ euro} + 10 \cdot 2250 \text{ euro} = 27500 \text{ euro} .$$

Jordvärme:

Installation av jordvärme kostar 20000 euro. Jordvärme leder till en besparing på 55% för de årliga uppvärmningskostnaderna. På grund av detta blir kostnaden för ett år

$$3000 \text{ euro} - 0,55 \cdot 3000 \text{ euro} = 3000 \text{ euro} - 1650 \text{ euro} = 1350 \text{ euro}.$$

Detta ger en totalkostnad över 10 år på

$$20000 \text{ euro} + 10 \cdot 1350 \text{ euro} = 33500 \text{ euro}.$$

Svar: Totalkostnad för direkt eluppvärmning över 10 år är 30000 euro, med luftvärmepump är totalkostnaden över 10 år 27500 euro och med jordvärme är totalkostnaden över 10 år 33500 euro.

Serie B: Direkt eluppvärmning kostar 2500 euro per år. Installation av luftvärmepumpen kostar 7000 euro och leder till en besparing på 25% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Installation av jordvärme kostar 18000 euro och leder till en besparing på 55% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Svar: Totalkostnad för direkt eluppvärmning över 10 år är 25000 euro, med luftvärmepump är totalkostnaden över 10 år 25750 euro och med jordvärme är totalkostnaden över 10 år 29250 euro.

Serie C: Direkt eluppvärmning kostar 3500 euro per år. Installation av luftvärmepumpen kostar 7000 euro och leder till en besparing på 25% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Installation av jordvärme kostar 18000 euro och leder till en besparing på 60% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Svar: Totalkostnad för direkt eluppvärmning över 10 år är 35000 euro, med luftvärmepump är totalkostnaden över 10 år 33250 euro och med jordvärme är totalkostnaden över 10 år 32000 euro.

Serie D: Direkt eluppvärmning kostar 3000 euro per år. Installation av luftvärmepumpen kostar 7000 euro och leder till en besparing på 30% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Installation av jordvärme kostar 20000 euro och leder till en besparing på 60% för de årliga uppvärmningskostnaderna. Svar: Totalkostnad för direkt eluppvärmning över 10 år är 30000 euro, med luftvärmepump är totalkostnaden över 10 år 28000 euro och med jordvärme är totalkostnaden över 10 år 32000 euro.

b)

Luftvärmepumpen:

Direkt eluppvärmning kostar 3000 euro per år. Installation av luftvärmepumpen kostar 5000 euro och årskostnaden är

$$3000 \text{ euro} - 0,25 \cdot 3000 \text{ euro} = 3000 \text{ euro} - 750 \text{ euro} = 2250 \text{ euro}.$$

Låt  $x$  vara antalet år. Totalkostnaderna är lika stora när  $3000 \text{ euro} \cdot x = 5000 \text{ euro} + 2250 \text{ euro} \cdot x$ . Eftersom

$$3000x = 5000 + 2250x \Leftrightarrow 750x = 5000 \Leftrightarrow x = \frac{5000}{750},$$

$\frac{5000}{750} = \frac{20}{3} = 6 + \frac{2}{3}$  och  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ , ser vi att totalkostnaderna är lika stora efter 6 år och 8 månader.

Jordvärme:

Direkt eluppvärmning kostar 3000 euro per år. Installation av jordvärme kostar 20000 euro och årskostnaden är

$$3000 \text{ euro} - 0,55 \cdot 3000 \text{ euro} = 3000 \text{ euro} - 1650 \text{ euro} = 1350 \text{ euro}.$$

Låt  $x$  vara antalet år. Totalkostnaderna är lika stora när  $3000 \text{ euro} \cdot x = 20000 \text{ euro} + 1350 \text{ euro} \cdot x$ . Eftersom

$$3000x = 20000 + 1350x \Leftrightarrow 1650x = 20000 \Leftrightarrow x = \frac{20000}{1650},$$

$\frac{20000}{1650} = \frac{400}{33} = 12 + \frac{4}{33}$  och  $\frac{4}{33} = \frac{12 \cdot 4}{12 \cdot 33} = \frac{(12 \cdot 4)/33}{12} \approx \frac{1,4545}{12}$ , ser vi att totalkostnaderna är lika stora efter 12 år och 1,45 månader.

Svar: Med luftvärmepump är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 6 år och 8 månader. Med jordvärme är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 12 år och 1 månad.

Serie B: Svar: Med luftvärmepump är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 11 år och 2 månader. Med jordvärme är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 13 år och 1 månad.

Serie C: Svar: Med luftvärmepump är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 8 år. Med jordvärme är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 8 år och 7 månader.

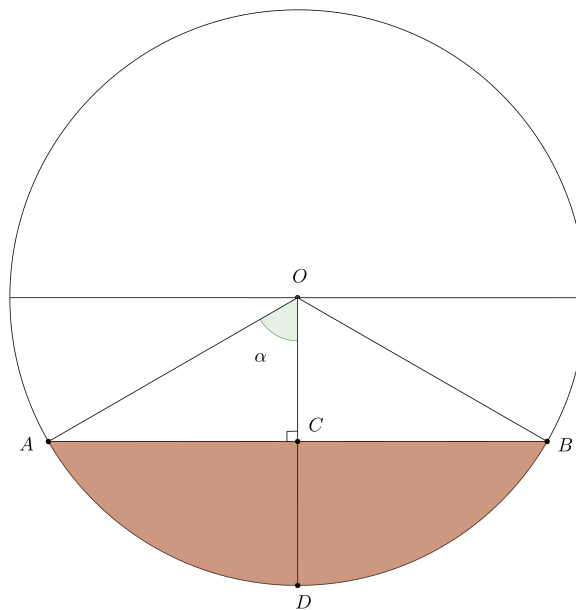
Serie D: Svar: Med luftvärmepump är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 7 år och 9 månader. Med jordvärme är den totala kostnaden mindre än kostnaden för enbart direkt elvärme efter ungefär 11 år och 1 månad.

5. Man skall byta uppvärmningssystemet i en villa. Ägaren vill använda oljan som finns i oljetanken innan det nya systemet installeras. Tanken, formad som en rak cirkulär cylinder, ligger horisontellt under jorden. Cylinderns volym är 3 000 liter och diametern på de diskformade ändarna är 100 cm. Oljenivån uppmäts till 20 cm från tankens botten. Hur många veckor räcker oljan om 70 liter per vecka förbrukas?

(6 p.)

Lösning:

Vi beräknar hur mycket olja som finns kvar.



Volymen av den olja som återstår proportionellt mot cylinderns volym är densamma som arean av segmentet AB proportionellt mot diskens area. Arealen av segmentet AB Segmentin  $AB = \text{Arealen av sektorn } OAB - \text{Arealen av triangeln } OAB$ .

Arealen av sektorn:

Eftersom diametern av disken är 100 cm och oljenivåns höjd är 20 cm, ser vi att längden  $|OD| = |OA| = 50$  cm,  $|OC| = (50 - 20)$  cm = 30 cm och  $|CD| = 20$  cm.

Eftersom triangeln OAC är rätvinklig får vi

$$\cos \alpha = \frac{|OC|}{|OA|} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$



och

$$\alpha = \arccos\left(\frac{3}{5}\right) = 53,13^\circ.$$

Sektorn OAB har centrumvinkel  $2\alpha$ , vilket ger att sektorns area är

$$A_{\text{sektor}} = \frac{2\alpha}{360^\circ} \pi \cdot (50 \text{ cm})^2 = 2318,2336 \text{ cm}^2.$$

Arean av triangeln:

Eftersom triangeln  $OAC$  är rätvinklig ger Pythagoras sats att

$$|AC| = \sqrt{50^2 - 30^2} \text{ cm} = 40 \text{ cm}.$$

Vi ser nu att triangeln OAB har area

$$A_{\text{triangel}} = \frac{1}{2}|AB||OC| = \frac{1}{2}2|AC||OC| = 40 \cdot 30 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2.$$

Arean av segmentet:

Segmentets area  $A_{\text{segment}} = A_{\text{sektor}} - A_{\text{triangel}}$ .

Volym av olja =  $\frac{\text{Segmentets area}}{\text{Diskens area}} \cdot \text{Tankens volym}$

$$= \frac{A_{\text{sektor}} - A_{\text{triangel}}}{\pi \cdot |OD|^2} \cdot 3000 \text{ l} = \frac{2318,2336 \text{ cm}^2 - 1200 \text{ cm}^2}{\pi \cdot (50 \text{ cm})^2} \cdot 3000 \text{ l} = 427,1338 \text{ l}$$

Eftersom 70 liter olja per vecka förbrukas så räcker oljan  $\frac{427,1338}{70} \approx 6,102$  veckor.

Svar: Oljan räcker sex veckor.

Serie B: Det förbrukas 60 liter olja per vecka. Svar: Oljan räcker sju veckor.

Serie C: Det förbrukas 80 liter olja per vecka. Svar: Oljan räcker fem veckor.

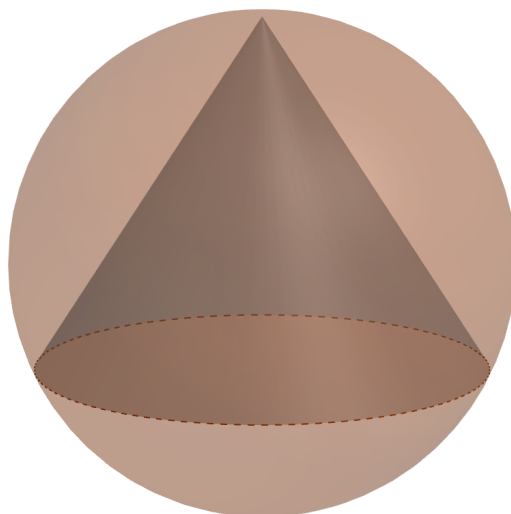
Serie D: Det förbrukas 50 liter olja per vecka. Svar: Oljan räcker åtta veckor.

6. Klotet  $P$  har radie 6,25 cm. En rak cirkulär kon  $K$  (bascirkeln radie  $r$ , höjd  $h$ ) placeras inuti klotet  $P$  så att konens spets och bascirkelns randkurva ligger på klotets randyta. Rita en figur. Vad är konen  $K$ :s maximala volym? Ge exakt svar.

(6 p.)

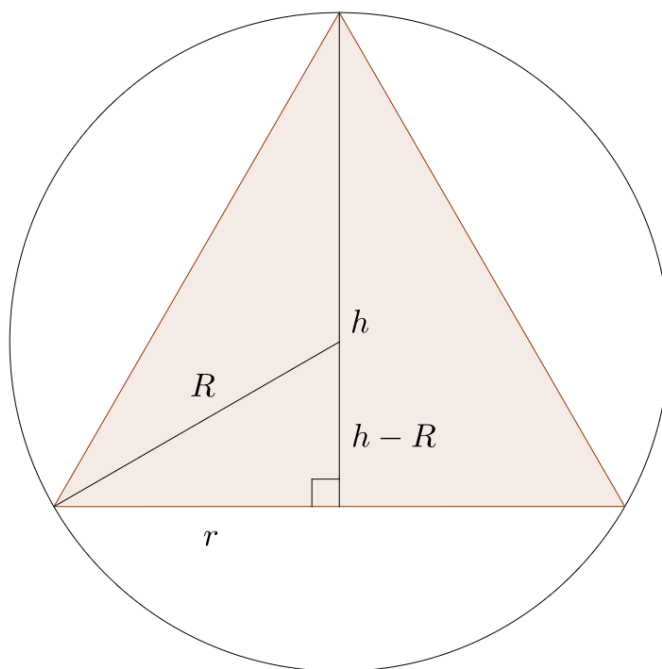
Lösning:

Figur (1 p.):



Volym (5 p.):

Låt  $K$  vara en rak cirkulär kon med höjd  $h$  och med bascirkel som har radie är  $r$ .



Figuren och Pythagoras sats ger

$$(6,25 \text{ cm})^2 = (h - 6,25 \text{ cm})^2 + r^2,$$

så att

$$r^2 = (6,25 \text{ cm})^2 - (h - 6,25 \text{ cm})^2 = (6,25 \text{ cm})^2 - h^2 + 2 \cdot 6,25 \text{ cm} \cdot h - (6,25 \text{ cm})^2 = 12,5 \text{ cm} \cdot h - h^2.$$

För en rak cirkulär kon gäller att volymen är

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}(12,5 \text{ cm} \cdot h - h^2) \cdot h = \frac{\pi}{3}(12,5 \text{ cm} \cdot h^2 - h^3) = V(h).$$

Maximum för volymsfunktionen antas i ändpunkter på det slutna intervallet  $h = 0 \text{ cm}$ ,  $h = 12,5 \text{ cm}$  eller i derivatans nollställen. Eftersom  $V(0 \text{ cm}) = V(12,5 \text{ cm}) = 0 \text{ cm}^3$ , antas maximal volym där derivatan har sina nollställen. Derivatans av volymsfunktionen

$$V'(h) = \frac{\pi}{3}(25 \text{ cm} \cdot h - 3h^2).$$

Undersökning av derivatans nollställen:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{3}(25 \text{ cm} \cdot h - 3h^2) = 0 \text{ cm}^2 &\Leftrightarrow (25 \text{ cm} \cdot h - 3h^2) = 0 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow h(25 \text{ cm} - 3h) = 0 \text{ cm}^2 \\ &\Leftrightarrow h = 0 \text{ cm} \text{ tai } 25 \text{ cm} - 3h = 0 \Leftrightarrow h = 0 \text{ cm} \text{ tai } h = \frac{25}{3} \text{ cm}. \end{aligned}$$

Det följer att konens maximala volym är

$$V\left(\frac{25}{3} \text{ cm}\right) = \frac{\pi}{3}\left(12,5 \text{ cm} \cdot \left(\frac{25}{3} \text{ cm}\right)^2 - \left(\frac{25}{3} \text{ cm}\right)^3\right) = \frac{15625\pi}{162} \text{ cm}^3.$$

Svar: Konen  $K$ 's maximala volym är  $\frac{15625\pi}{162} \text{ cm}^3$ .

Serie B, C och D: Samma som serie A.