

Valintakuulustelujen matematiikan koe 23.5.2005

Ohjeita. Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun.

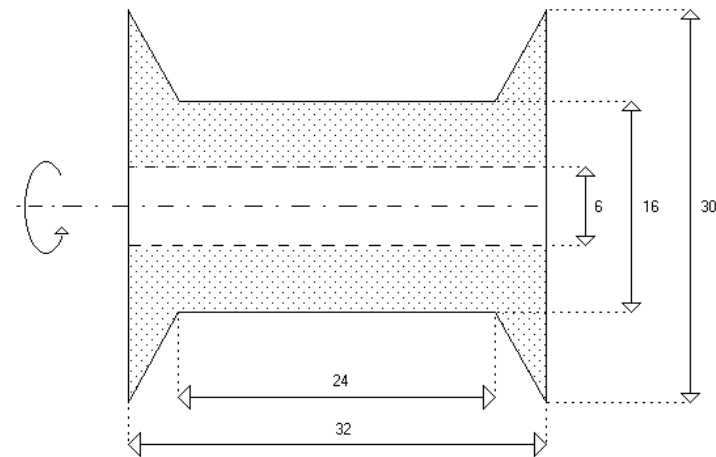
1. Yliopisto-opiskelija Väinön opintotuki on 22 % pienempi kuin hänen välttämättömät opiskelukustannuksensa. Viranomaisten suunnitelmana on maksaa vuoden 2006 opintotuki opintomenestyksen mukaan korotettuna siten, että korotusprosentti on puolet vuoden 2005 aikana suoritettujen opintopisteiden määrästä. Jos suunnitelmaa noudatetaan, kuinka monta opintopistettä Väinön tulee suorittaa vuoden 2005 aikana, jotta hänen opintotukensa olisi vähintään yhtä suuri kuin välttämättömät opiskelukustannukset?
2. Määritä sen xy -tason kolmion pinta-ala, jonka koordinaattiakselit ja käyrän $y = 3/x$ ($x > 0$) pisteeseen (x_0, y_0) asetettu tangenttisuora rajaavat.
3. Pyörähdyskappaleen muotoinen lankarulla, jonka keskellä on reikä, valmistetaan alla olevan työpiirustuksen mukaan (kuvassa mitat millimetreinä). Laske rullan paino, kun raaka-aineena käytetyn puun kuivatiheys on $0,495 \text{ g/cm}^3$. Anna vastaus grammoina kahden desimaalin tarkkuudella.
4. Kuution sisään asetetaan mahdollisimman suuri pallo. Kuutiota ja palloa leikataan tasolla, joka kulkee kuution yhden särmän kautta ja joka jakaa kuution yhden sivutahkon kahteen yhtä suureen suorakulmioon. Piirrä leikkauskuvio, jossa sekä tason ja kuution että tason ja pallon leikkaukset esiintyvät yhdessä oikean muotoisina. Laske myös leikkauskuvion välttämättömät mitat, kun kuution särmän pituus on 6 cm.
5. Erään maan hiv-tartunnan saaneiden lukumäärän $m = m(t)$ muutosnopeuden ajan t funktiona arvellaan olevan

$$m'(t) = 24\left(t - \frac{5}{200}t^2\right),$$

kun $0 \leq t \leq 20$ (t on annettu vuosissa). Kun seuranta alkaa ($t = 0$), tartunnan saaneita on 25. Kuinka paljon tartunnan saaneita on tämän mallin mukaan 10 vuoden kuluttua? Entä kuinka paljon tartunnan saaneita tulee vielä lisää seuraavien 10 vuoden kuluessa?

6. Tähtitornin lattia ja seinä rakennetaan pohjalla varustetun suoran r -säteisen ympyrälieriön muotoiseksi ja katto r -säteisen puolipallon muotoiseksi. Millä säteen r arvolla tornin lattian, seinän ja katon kokonaispinta-ala tulee mahdollisimman pieneksi, kun tornin tilavuus on 1440 m^3 ?

Liite: kaavakokoelma



Tehtävän 3 kuva

Inträdesförhör i matematik 23.5.2005

Anvisningar. Placera varje uppgift *på egen sida*. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar bör överstryckas*. Om icke-överstruckna lösningar föreligger för samma uppgift, så bedöms den sämsta av dessa.

1. Teknologen Svakars studiestöd är 22 % lägre än hans nödvändiga studieutgifter. Myndigheternas plan är att höja studiestödet för år 2006 på basen av studieframgången så, att höjningsprocenten är hälften av antalet avlagda studiepoäng under år 2005. Hur många studiepoäng måste Svakar avlägga under år 2005 för att hans studiestöd skall vara minst lika stort som hans nödvändiga studieutgifter, ifall denna plan kommer att följas.
2. Bestäm arean hos den triangel i xy -planet som begränsas av koordinataxlarna och tangentlinjen till kurvan $y = 3/x$ ($x > 0$) i punkten (x_0, y_0) .
3. En trådrulle med ett hål i mitten tillverkas som en rotations kropp enligt arbetsritningen nedan (måttene i ritningen är i millimeter). Beräkna trådrullens vikt, om trävirket som används som råämne har torrdensiteten $0,495 \text{ g/cm}^3$. Ge svaret i gram med två decimalers noggrannhet.
4. En boll med maximal volym placeras inuti en kub. Kuben och bollen skäres med ett plan, som går längs en av kubens kanter och som delar en av kubens sidoytor i två lika stora rektanglar. Rita en skärningsfigur, där såväl planets och kubens som planets och bollens skärningar förekommer tillsammans på korrekt form. Beräkna också de nödvändiga måttene för skärningsfiguren, om kubens kantlängd är 6 cm.

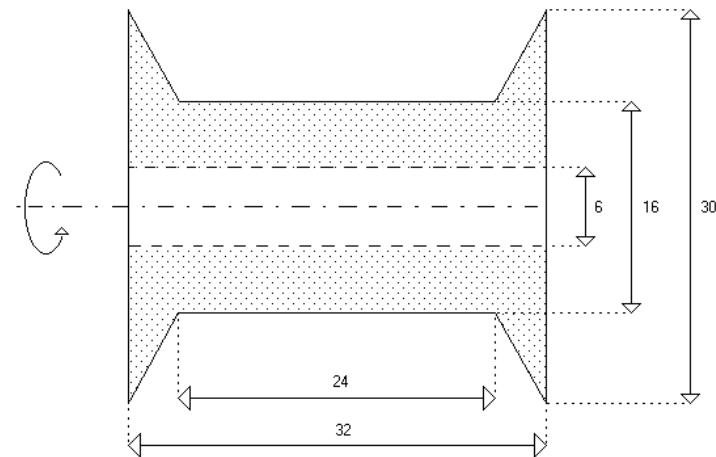
5. Ändringshastigheten hos antalet $m = m(t)$ hiv-smittade i ett visst land som en funktion av tiden t anses vara

$$m'(t) = 24\left(t - \frac{5}{200}t^2\right),$$

då $0 \leq t \leq 20$ (t givet i år). Då undersökningen börjar ($t = 0$), har 25 personer fått smittan. Hur många kommer att ha fått smittan om 10 år enligt denna modell? Hur många fler kommer att ha fått smittan efter ytterligare 10 år?

6. Golvet och väggen hos ett astronomiskt observatorium byggs som en rät cirkulär cylinder med botten och med radien r och taket byggs i form av en halvsfär med radien r . För vilket värde på radien r kommer golvet, väggens och takets sammanlagda area att vara så liten som möjligt, om tornets volym är 1440 m^3 ?

Bilaga: formelsamling



Figur för uppgift 3.