



FRÅGOR

ANVISNINGAR

I urvalsprovet finns det tre (3) obligatoriska matematikuppgifter. Dessutom finns det en valfri del som innehåller uppgifter i fysik, kemi och kreativ problemlösning inom det tekniska området. I den valfria delen ska du svara på tre (3) uppgifter.

Du kan få sex (6) poäng för varje uppgift. Det maximala poängantalet i urvalsprovantagningen är 36.

Skriv alla svar i svarshäftet. Du kan ta med dig frågorna efter provet.

FRÅGEHÄFTE
Skriv inte svaren här.

Motivera dina lösningar i alla matematikuppgifter.

Matematik | Uppgift 1.

Ange svaren i exakt form, ifall inget annat anges.

- a) Lös ekvationen $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$. (1 p.)
- b) Lös ekvationen $(x-2)(e^x-3) = 0$. (1 p.)
- c) Bestäm derivatafunktionen till $f(x) = e^{1-x}$. (1 p.)
- d) Bestäm $\int x^{-2} dx$. (1 p.)
- e) En lösning till ekvationen $\cos x = \frac{1}{2}$ är $x = \frac{\pi}{3}$.
Bestäm alla lösningar till ekvationen $\cos x + \cos(x+2\pi) = 1$. (1 p.)
- f) I ett lotteri på nätet är sannolikheten för att en lott ska ge vinst alltid 1 %, oberoende av hur många lotter som blivit sålda. Vad är sannolikheten för åtminstone en vinst, ifall man köper 10 lotter? Ange svaret i procentform med två decimalers noggrannhet. (1 p.)

Matematik | Uppgift 2.

Stinas mopedbil drivs med ett bränsle, som innehåller 1 volymprocent smörjolja. På bränslestationen säljes ett bränsle som inte innehåller någon smörjolja, samt ett annat bränsle som innehåller 5 volymprocent smörjolja.

- a) Stina tänker tanka fullt en 10 liters tank som är tom. Hur mycket borde Stina tanka av vardera bränsle för att blandningen ska vara lämplig för hennes mopedbil? (2 p.)
- b) Stina tankade i misstag 6 liter av bränslet som inte innehåller någon smörjolja. Hon vill dock inte mera tanka fullt, utan endast så mycket att blandningen är lämplig. Hur mycket borde hon tanka av det andra bränslet? (4 p.)

Matematik | Uppgift 3.

- a) För vilket värde på konstanten $a > 0$ har ekvationen $2x^2 + a = \sqrt{x}$ precis en reell lösning? (3 p.)
- b) Sidan av en skateramp begränsas uppifrån av en kurva $y = \frac{1}{9}x^2$, nerifrån av x -axeln och från kanterna av linjerna $x = -6$ och $x = 6$. Sidan av skaterampen målas från vänster mot höger så att målfärgen tar slut när 7 areaenheter blivit målade. Det målade området högra kant är lodrät.
Hur långtifrån är den från vänstra kanten? (3 p.)

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Fysik | Uppgift 1.

Besvara deluppgifterna 1–4. Välj ett alternativ (A–D) i flervaluppgifterna. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Under blåsiga och soliga dagar produceras det mer elenergi med förnybara energiformer än det behövs. Den överblivna energin kan man lagra t.ex. som värme i ett sandbatteri. I ett sandbatteri värmer man upp sand i en värmeisolerad silo till temperaturer på upp till 600 °C. Energin kan senare utnyttjas under dagar då det är vindstilla och mulet. Ett sandbatteris verkningsgrad kan anses vara god, eftersom 90 % av energin som lagrats i den kan utnyttjas. Sandens specifika värmekapacitet är 0,84 kJ/(kg·K) och densiteten 1,5 kg/dm³.

1. Ett sandbatteri som används under ett helt år (1 p.)
 - A. endast avger energi.
 - B. endast mottar energi.
 - C. varken avger eller mottar energi.
 - D. turvis avger och mottar energi.
2. Under kalla vinterdagar krävs det i medeltal en effekt på 4,0 kW för att värma upp ett egnahemshus. Hur många egnahemshus kan man värma under ett dygn med ett sandbatteri som lagrats med 8,0 MWh energi? (1 p.)
 - A. 83
 - B. 75
 - C. 2000
 - D. 1800
3. Inne i sanden finns det rör som tillverkats av stål. Vid en temperatur på 50 °C är rörens yttre diameter 100 mm och inre diameter 94 mm. I rören flyter luft med vilken man överför värme till batteriet eller bort från det. Då temperaturen stiger från 50 °C till den maximala temperaturen, (1 p.)
 - A. ändrar varken rörens yttre eller inre diametrar.
 - B. minskar rörens yttre och inre diametrar.
 - C. ökar rörens yttre och inre diametrar.
 - D. ökar rörens yttre diameter medan den inre diametern minskar.
4. I stället för sand kan man också lagra energi i vatten. Beräkna hur stor vattenreservoaren ska vara för att den skulle kunna avge lika mycket energi som ett sandbatteri. Utnyttja följande data i beräkningarna. Sandbatteriets maximala temperatur är 595 °C och dess volym 71 m³. Vattenreservoarens maximala temperatur är 91 °C. Oberoende vilket batteri som används kan temperaturen sjunka till 49 °C och batteriernas verkningsgrader är samma. Du kan anta att vattnets densitet är 1,00 kg/dm³ och specifika värmekapacitet 4,19 kJ/(kg·K). (3 p.)

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

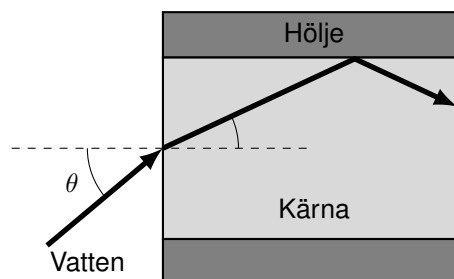
Fysik | Uppgift 2.

Besvara deluppgifterna 1–4 utgående från det bifogade materialet. Välj ett alternativ (A–D) i flervalsuppgifterna. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Laserljus som framskrider i luft är en sinusformad våg vars elektriska fältstyrka är

$$E_y(x, t) = 12,5 \cdot 10^3 \text{ V/m} \cdot \sin[(1,2 \cdot 10^7 \text{ rad/m})x - (3,6 \cdot 10^{15} \text{ rad/s})t].$$

1. Vad är våglängden för detta laserljus? (1 p.)
 - A. $7,5 \cdot 10^7 \text{ m}$
 - B. $5,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
 - C. $1,9 \cdot 10^6 \text{ m}$
 - D. $8,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
2. Vad händer med laserljusets våglängd, då det fortskrider från luft till kvartsglas? (1 p.)
 - A. Våglängden ändras inte.
 - B. Våglängden ökar.
 - C. Våglängden minskar.
 - D. Våglängden minskar eller ökar beroende på ljusets infallsvinkel.
3. Vad har lasern för effekt om tvärsnittsarean för den i luft framskridande strålen är $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$? (1 p.)
 - A. 0,25 W
 - B. $12,5 \cdot 10^3 \text{ W}$
 - C. $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ W}$
 - D. $8,3 \cdot 10^{-10} \text{ W}$
4. Ljusstrålen som lasern producerat infaller från vatten mot ändan av en optisk fiber i vinkeln θ , enligt bilden nedan. Fiberns kärna är omsluten av ett hölje. Inom det synliga ljusets område är kärnans brytningsindex 1,50 och höljets brytningsindex 1,46. För att ljuset inte ska dämpas märkbart då det framskrider i fibern får det inte genomgå brytning ut ur kärnan. Beräkna hur stor infallsvinkeln θ maximalt får vara för att ljuset ska framskrida i fiberns kärna utan att genomgå brytning in i höljet. (3 p.)



FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Fysik | Uppgift 2. Material: Beskrivning av laserljus som en våg

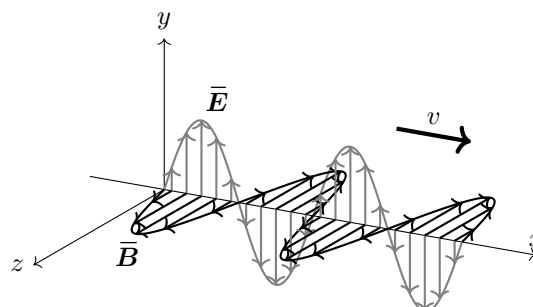
Laserljus är en elektromagnetisk vågrörelse, där vågens frekvens och fas hela tiden förblir konstanta. En elektromagnetisk våg kan beskrivas med el- och magnetfält och båda förekommer alltid i vågen.

Laserljus kan beskrivas med en sinusformad våg. För en våg som rör sig i den positiva x -riktningen kan el- och magnetfälten vara t.ex. av formen

$$\begin{aligned} E_y(x, t) &= E_{\max} \sin(kx - \omega t) \\ B_z(x, t) &= B_{\max} \sin(kx - \omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

Beskrivningen är av samma typ som för mekaniska sinusvågor. I uttrycken (1) ovan är vågens vågtal $k = 2\pi/\lambda$, då dess våglängd är λ . Vinkelfrekvensen $\omega = 2\pi f$ fås med hjälp av vågens frekvens f .

El- och magnetfälten i uttrycket (1) är i vektorform $\vec{E} = E_y \hat{j}$ och $\vec{B} = B_z \hat{k}$. Då man skisserar upp vågen vid någon viss tidpunkt kan el- och magnetfälten se ut som i figur 1 i framskridningsriktningen x .



Figur 1. En sinusformad elektromagnetisk våg som framskrider i riktningen $+x$ avbildad vid en viss tidpunkt.

El- och magnetfälten i en våg är alltid vinkelräta både mot varandra och vågens framskridningsriktning. Vågen som avbildats i uttrycken (1) är linjärt polariserad, eftersom elfältsvektorn pekar hela tiden längs y -riktningen och magnetfältvektorn längs z -riktningen. E_{\max} och B_{\max} är fältens amplituder, dvs. de anger maximala värden som de kan nå. Vågens framskridningshastighet binder amplituderna till varandra: $E_{\max} = vB_{\max}$.

Vågens intensitet I beskriver mängden energi per tids- och ytenhet som vågen transporterar. Dess enhet är således W/m^2 . För en våg som framskrider i vakuum kan sinusvågens intensitet bestämmas direkt ur el- eller magnetfältets amplitud, till exempel

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2 \quad (2)$$

där konstanten $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ J}/(\text{V}^2 \cdot \text{m})$ kallas permittiviteten i vakuum. Uttrycket ovan stämmer väldigt bra även för ljus som framskrider i luft.

Vågens framskridningshastighet kan beräknas på samma sätt som för mekaniska vågor, dvs. $v = \lambda f$. I vakuum är framskridningshastigheten som bekant $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Då ljuset framskrider inne i ett material minskar hastigheten, trots att dess frekvens inte ändras. Framskridningshastigheten v beror på materialets brytningsindex n via ett enkelt samband, dvs. $v = c/n$.

Då en laserstråle framskrider från ett material till ett annat så bryts den i gränssytan enligt brytningslagen $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$. Med hjälp av brytningslagen kan brytningsvinkel beräknas, om man känner till vinkeln mellan den inkommande strålen och ytans normal, samt materialens brytningsindex på vardera sidan om gränssytan. Brytningsindexen för synligt ljus är 1,00 i luft, 1,33 i vatten, ca. 1,5 i glas och 2,4 i diamant.

Då infallsvinkeln ökas tillräckligt kan strålen inte längre brytas in i det andra materialet, utan reflekteras i stället helt från ytan. Detta grännsfall motsvarar en situation där brytningsvinkeln vore 90° i brytningslagen.

Genom att använda optisk fiber kan man få ljuset från en laser att röra sig långa sträckor utan att dess intensitet minskar på vägen. Eftersom en optisk fiber inte kan vara rät kommer ljuset att reflekteras upprepade gånger i gränssytan mellan fibern och det omgivande höljet. För att intensiteten inte skall minska bör reflektionerna vara totalreflektioner, dvs. strålen får inte brytas in i höljet.

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Kemi | Uppgift 1.

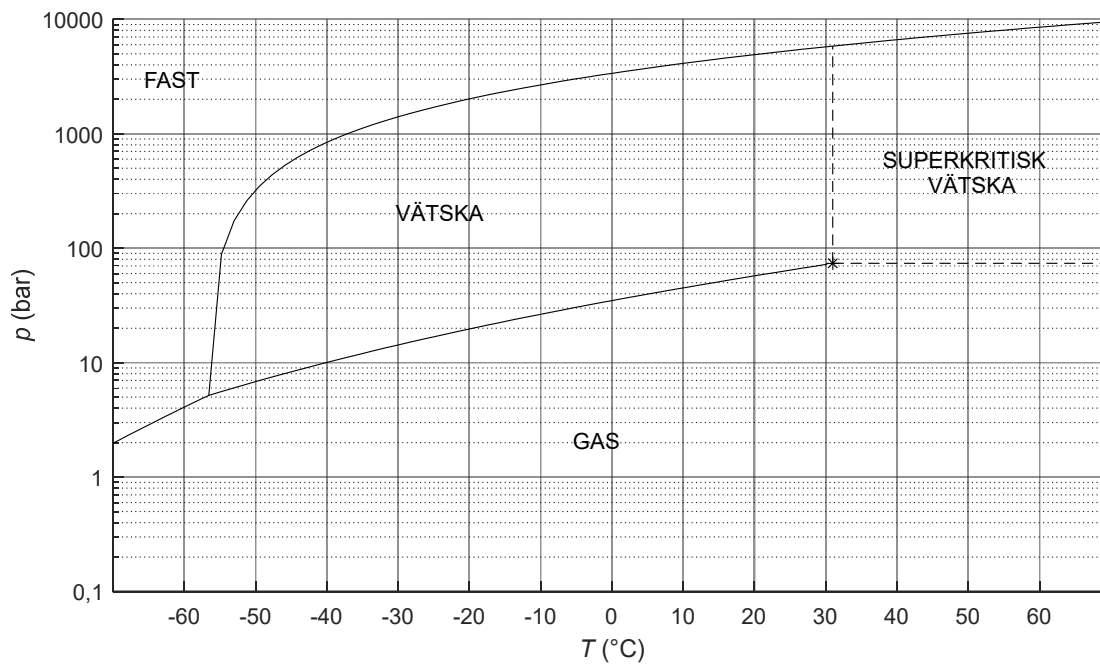
Besvara deluppgifterna 1–4. Välj ett alternativ (A–D) i flervalsuppgifterna. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Du kan använda det bifogade periodiska systemet som hjälp när du löser uppgifterna.

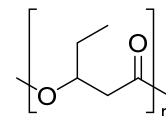
Konstanter: $R = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,0831446 \frac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$; $0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$

1. Ett fasdiagram är en graf, där ämnets aggregationstillstånd vid en given temperatur och vid ett givet tryck framgår. Ur grafen ses, att övergången mellan olika aggregationstillstånd kan ske genom att förändra temperaturen och/eller trycket. Betrakta koldioxidens fasdiagram nedan och resonera dig fram till hur koldioxid som är vid temperaturen $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ och trycket 1 bar kan förvätskas, dvs. omvandlas till vätska.

(1 p.)

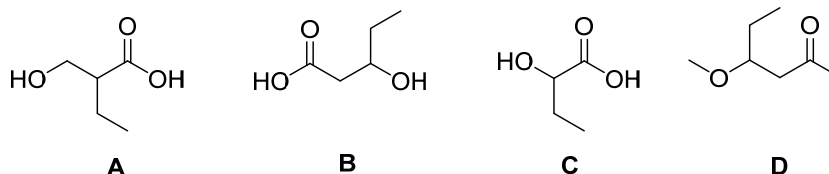


- A. Genom att sänka temperaturen med $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ och höja trycket med 5 bar.
 B. Genom att sänka temperaturen med $50 \text{ } ^\circ\text{C}$ och höja trycket med 10 bar.
 C. Genom att hålla temperaturen oförändrad ($20 \text{ } ^\circ\text{C}$) och höja trycket med 70 bar.
 D. Inget av alternativen ovan är korrekt.
2. Polyhydroxialkanoater, såsom poly-3-hydroxivalerat (PHV), är polystrar till sin kemiska struktur. Vid framställning av dessa kan koldioxid utnyttjas som ett råmaterial. Vilken strukturformel (A-D) beskriver monomeren som kan användas vid framställning av PHV?



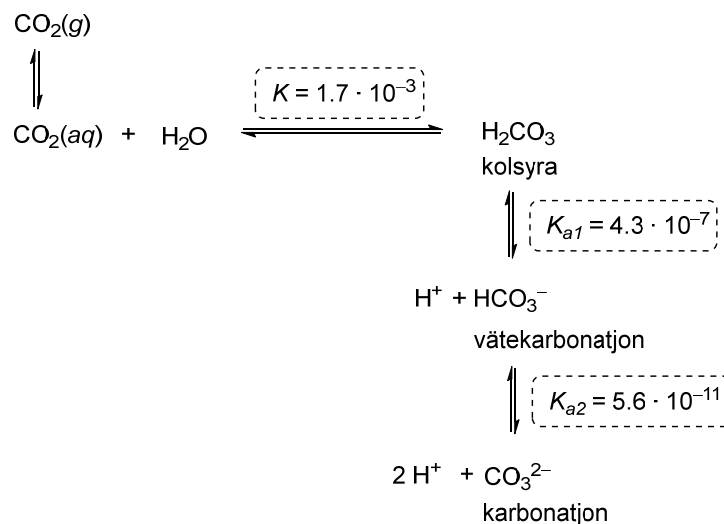
PHV

(1 p.)



FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

3. Koldioxid löser sig något i vatten, där den bildar olika produkter enligt schemat nedan. (K är jämviktskonstanten för respektive reaktionssteg).



Vilket av följande påståenden är rätt?

(1 p.)

- A. Största delen av den upplösta koldioxiden finns i vattenlösningen som vätekarbonatjoner.
 B. Största delen av den upplösta koldioxiden finns i vattenlösningen som karbonatjoner.
 C. Det finns mera av vätekarbonatjoner än karbonatjoner i vattenlösningen.
 D. Koldioxiden är fullständigt i kolsyraform i vattenlösningen.
4. Växterna producerar glukos ($M = 180,16 \text{ g/mol}$) och syre ur luftens koldioxid i fotosyntesreaktionen enligt reaktionslikheten $6 \text{ CO}_2(g) + 6 \text{ H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(s) + 6 \text{ O}_2(g)$.
- a) Hur många kubikmeter ren koldioxid behövs för produktion av 1,00 kg glukos? Anta att koldioxidens temperatur är $25,0 \text{ }^\circ\text{C}$ och tryck $101\,325 \text{ Pa}$. Koldioxiden kan antas bete sig som en ideal gas. Motivera ditt svar.
 b) Luftens koldioxidhalt är 0,04 volymprocent. Hur många kubikmeter luft behövs för produktion av 1,00 kg glukos? Anta att luftens temperatur är $25,0 \text{ }^\circ\text{C}$ och tryck $101\,325 \text{ Pa}$. Motivera ditt svar.
 c) Fotosyntesreaktionen förbrukar 1882 kJ energi per bildad mol syre (O_2). Hur mycket energi behövs för produktion av 1,00 kg glukos? Motivera ditt svar.

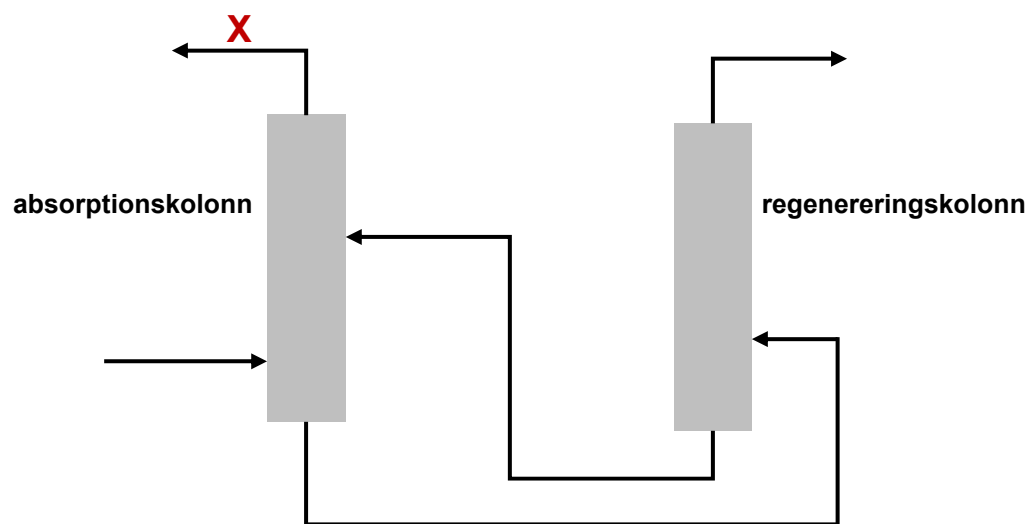
(3 p.)

Kemi | Uppgift 2.

Besvara deluppgifterna 1–5 utgående från det bifogade materialet. Välj ett alternativ (A–D) i flervalsuppgifterna. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Du kan använda det bifogade periodiska systemet som hjälp när du löser uppgifterna.

- Absorptionen av koldioxid som sker i aminoskrubbern är (1 p.)
 - en kemisk och reversibel absorption.
 - en kemisk och irreversibel absorption.
 - en fysikalisk och reversibel absorption.
 - en fysikalisk och irreversibel absorption.
- Betrakta reaktionen mellan monoetanolamin och koldioxid som sker i absorptionskolonn. Den ena MEA-molekylen reagerar uppenbarligen med koldioxid, men vad är uppgiften för den andra MEA-molekylen i reaktionen? (1 p.)
 - Den fungerar som en syra och avger en proton.
 - Den fungerar som en bas och avger en proton.
 - Den fungerar som en syra och tar emot en proton.
 - Den fungerar som en bas och tar emot en proton.
- Nedan visas ett förenklat flödesschema för aminoskrubbern.



- Vilken beskrivning passar bäst vid punkt X? (1 p.)
 - Den tillvaratagna koldioxiden
 - Rökgasen från en industrianläggning
 - Den behandlade rökgasen
 - Monoetanolaminlösningen
- Rita strukturformeln för mellanprodukten som bildas i reaktionen mellan monoetanolamin och koldioxid. Tips: mellanprodukten är lik karbamatprodukten, men den är en zwitterjon. (1 p.)
- Skriv ut balanserade reaktionsformler för karbonatisering av följande mineraler. Aggregationstillstånd behöver inte märkas ut.
 - forsterit
 - krysotil (2 p.)

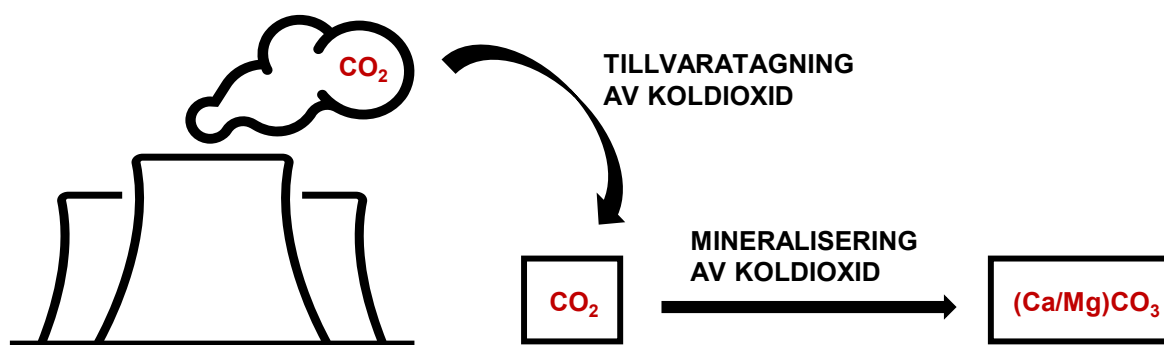
FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Kemi | Uppgift 2. Material: Tillvaratagning och mineralisering av koldioxid

Vattenånga och koldioxid är exempel på växthusgaser som finns i atmosfären. Den naturliga växthuseffekten som orsakas av dessa gaser möjliggör en medeltemperatur som är gynnsam för liv. Halten av koldioxid i atmosfären har dock ökat markant som en följd av människans verksamhet. Eftersom det frigörs mera koldioxid till atmosfären än vad som binds till biomassan genom fotosyntes, behövs även kemins och kemiteknikens verktyg för att hejda ökningen av koldioxidhalten i atmosfären.

Tillvaratagning av koldioxid direkt från atmosfären är ännu inte ekonomiskt lönsamt med dagens teknik, men från industrins rökgaser kan stora mängder av koldioxid tas tillvara. Det räcker dock inte med enbart tillvaratagning, eftersom koldioxiden skall ännu lagras och/eller utnyttjas som råvara till exempel vid framställning av bränslen eller kemikalier. I figur 1 beskrivs förenklat hur koldioxid kan *absorberas** från rökgaserna med hjälp av en aminoskrubber och hur den tillvaratagna koldioxiden kan lagras som karbonater.

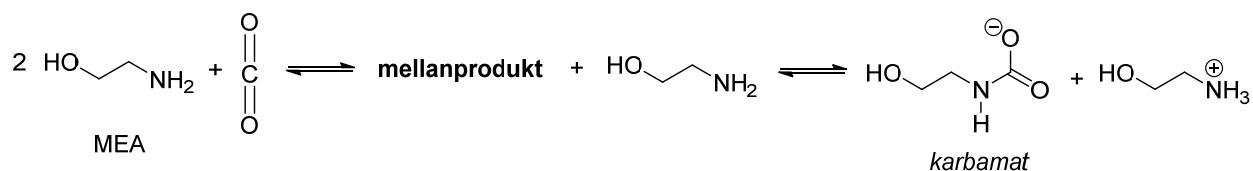
*Absorption är ett fysikalisk eller kemiskt fenomen, där atomer, molekyler eller joner sugts in i en vätska, gas eller ett fast ämne. Absorptionen är antingen reversibel (omvändbar) eller irreversibel (icke omvändbar).



Figur 1. Tillvaratagning och lagring (mineralisering) av koldioxid.

Tillvaratagning av koldioxid med en aminoskrubber

Aminoskrubbing är en process, med vars hjälp det är möjligt att tillvarata t.o.m. 90 % av rökgasernas koldioxid. I processen utnyttjas olika aminer, till exempel monoetanolamin (MEA), som är en aminoalkohol. I aminoskrubbern leds den koldioxidhaltiga rökgasen till en absorptionskolonn, där koldioxiden reagerar med MEA vid temperaturen på cirka 50 °C. I reaktionen bildas en karbamatprodukt via en mellanprodukt enligt schema 1. Från absorptionskolonnen leds karbamatlösningen till en regenereringskolonn där temperaturen är cirka 120 °C. Vid denna temperatur bryts N-C bindningen och den frigjorda koldioxiden kan tas tillvara. Aminlösningen i sin tur kan återcirkuleras till absorptionskolonnen.



Schema 1. Reaktionen mellan monoetanolamin och koldioxid.

Lagring av koldioxid genom mineralisering

Med karbonatisering av mineraler avses generellt reaktionen mellan ett kalcium- eller magnesiumhaltigt mineral och koldioxid, varvid metallkarbonater dvs. CO_3^{2-} -salter bildas. Mineraler som kan användas i karbonatiseringen är till exempel wollastonit (CaSiO_3), forsterit (Mg_2SiO_4) och krysotil ($\text{Mg}_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$). I karbonatiseringsreaktionerna bildas utöver metallkarbonater även kiseldioxid (SiO_2) och i vissa fall vatten. Produkterna som bildas i reaktionerna är kemiskt stabila och de kan utnyttjas vidare i olika processer.

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Periodiska systemet

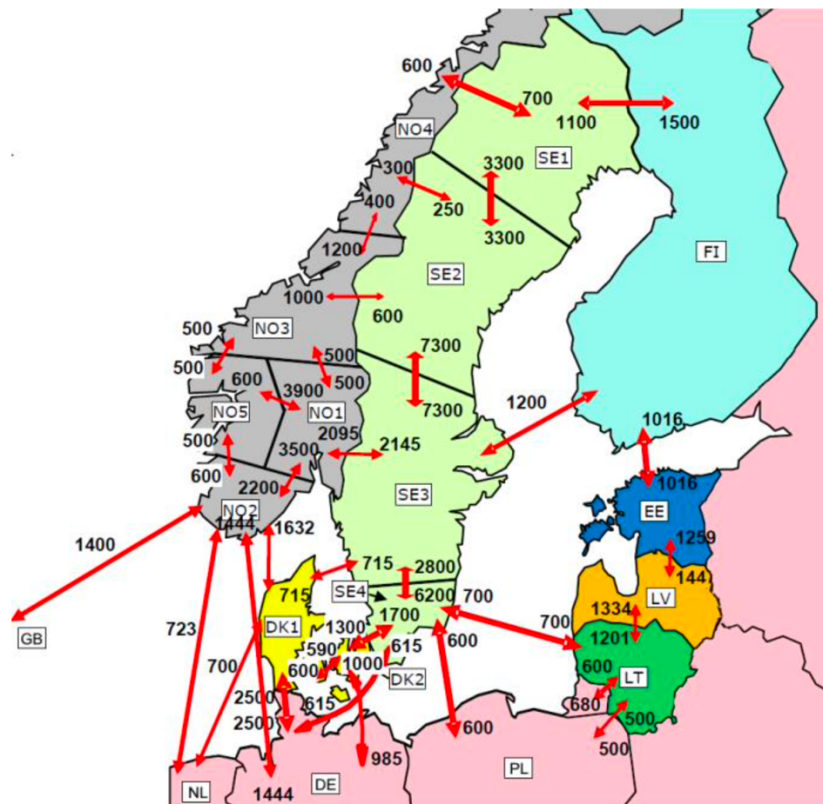
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1 | 1 H 1,008 | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 He 4,003 |
| 2 | 3 Li 6,941 | 4 Be 9,012 | | | | | | | | | | | | | | 8 O 16,00 | 9 F 19,00 | 10 Ne 20,18 |
| 3 | 11 Na 22,99 | 12 Mg 24,31 | | | | | | | | | | | | | | 16 S 32,07 | 17 Cl 35,45 | 18 Ar 39,95 |
| 4 | 19 K 39,10 | 20 Ca 40,08 | 21 Sc 44,96 | 22 Ti 47,87 | 23 V 50,94 | 24 Cr 52,00 | 25 Mn 54,94 | 26 Fe 55,85 | 27 Co 58,93 | 28 Ni 58,69 | 29 Cu 63,55 | 30 Zn 65,38 | 31 Ga 69,72 | 32 Ge 72,63 | 33 As 74,92 | 34 Se 78,96 | 35 Br 79,90 | 36 Kr 83,80 |
| 5 | 37 Rb 85,47 | 38 Sr 87,62 | 39 Y 88,91 | 40 Zr 91,22 | 41 Nb 92,91 | 42 Mo 95,94 | 43 Tc (98) | 44 Ru 101,07 | 45 Rh 102,91 | 46 Pd 106,42 | 47 Ag 107,87 | 48 Cd 112,41 | 49 In 114,82 | 50 Sn 118,71 | 51 Sb 121,76 | 52 Te 127,60 | 53 I 126,90 | 54 Xe 131,29 |
| 6 | 55 Cs 132,91 | 56 Ba 137,33 | 57-71 | 72 Hf 178,49 | 73 Ta 180,95 | 74 W 183,84 | 75 Re 186,21 | 76 Os 190,23 | 77 Ir 192,22 | 78 Pt 195,08 | 79 Au 196,97 | 80 Hg 200,59 | 81 Tl 204,38 | 82 Pb 207,2 | 83 Bi 208,98 | 84 Po | 85 At | 86 Rn |
| 7 | 87 Fr | 88 Ra | 89-103 | 104 Rf | 105 Db | 106 Sg | 107 Bh | 108 Hs | 109 Mt | 110 Ds | 111 Rg | 112 Cn | 113 Nh | 114 Fl | 115 Mc | 116 Lv | 117 Ts | 118 Og |
| | Lantanoidit/ Lantanoider/ Lanthanides | 57 La 138,91 | 58 Ce 140,12 | 59 Pr 140,91 | 60 Nd 144,24 | 61 Pm | 62 Sm 150,36 | 63 Eu 151,96 | 64 Gd 157,25 | 65 Tb 158,93 | 66 Dy 162,50 | 67 Ho 164,93 | 68 Er 167,26 | 69 Tm 168,93 | 70 Yb 173,05 | 71 Lu 174,97 | | |
| | Aktinoidit/ Aktinoider/ Actinides | 89 Ac | 90 Th 232,04 | 91 Pa 231,04 | 92 U 238,03 | 93 Np | 94 Pu | 95 Am | 96 Cm | 97 Bk | 98 Cf | 99 Es | 100 Fm | 101 Md | 102 No | 103 Lr | | |

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Problemlösning | Uppgift 1.

Besvara deluppgifterna 1–4. I flervalsuppgifterna välj ett alternativ. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

Låt oss betrakta elöverföringsförbindelserna mellan områden, som är markerade i figur 1 med pilar. Siffrorna vid pilarnas spetsar anger den maximala kapaciteten för elöverföring i megawatt (MW) från en region till en annan. Till exempel den maximala elöverföringskapaciteten från område NO4 till område SE1 är 700 MW och den maximala kapaciteten från område SE1 till område NO4 är 600 MW. Vissa pilar har en enda siffra i mitten, vilket indikerar att den maximala överföringskapaciteten för båda regionerna är lika stor.

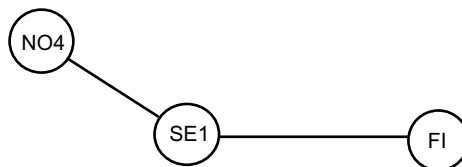


Figur 1. Maximal elöverföringskapacitet mellan områdena i megawatt.

- Om en elektrisk bastuugn kräver en genomsnittlig effekt på 10 kilowatt (kW), vilket är det maximala antalet elektriska bastuugnar som kan värmas samtidigt med importerad el i Finland? (1 p.)
 - 517 600 st.
 - 371 600 st.
 - 331 600 st.
 - Inget av alternativen ovan är korrekt.
- Effektbehovet under en förbrukningstopp under en kall vinter i Finland uppskattas vara cirka 14 400 MW. Anta att inhemska elproduktionskapaciteten är högst 11 300 MW. Anta också att elöverföringskapaciteten från norra Sverige till Finland är begränsad till 1200 MW på grund av det kalla vädret och likaså till 1000 MW från södra Sverige till Finland. Hur många procent av elöverföringsförbindelsernas totala kapacitet skulle finnas i bruk i Finland under en förbrukningstopp om all inhemska elproduktionskapacitet är i bruk och ingen el överförs från Finland till grannländerna? (1 p.)
 - Cirka 88 %
 - Cirka 91 %
 - Cirka 96 %
 - Cirka 101 %

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

3. Anta att det byggs en tillägskapacitet på 1500 MW i Finland bestående av 4 MW vindkraftverk. Antag att investeringskostnaden för ett landbaserat vindkraftverk är 1 500 000 €/MW och att investeringskostnaden för ett havsbaserat vindkraftverk är 25 % högre än för ett landbaserat vindkraftverk. Vad blir den totala investeringskostnaden om 40 % av de nya vindkraftverken måste byggas till havs och resten på land? (1 p.)
- A. Cirka 620 miljoner euro
B. Cirka 2,8 miljarder euro
C. Cirka 2,6 miljarder euro
D. Inget av alternativen ovan är korrekt.
4. Nätformiga strukturer kan representeras av grafer, som består av noder och länkar som förbinder dem. Figur 2 visar ett exempel på en graf med tre noder NO4, SE1 och FI som representerar områdena i figur 1 och länkar som representerar överföringslänkarna mellan dessa regioner.



Figur 2. Exempel på en enkel graf.

- a) Rita en graf som motsvarar alla områdena i Finland, Sverige och Norge och överföringsförbindelserna mellan dem enligt figur 1. (1 p.)

Låt oss för enkelhetens skull anta att ett område förvaltas av ett elbolag i b)- och c)-fallen

- b) Kan alla områden i Finland, Sverige och Norge förvaltas av tre elbolag så att inget bolag av konkurrensskäl förvaltar två intilliggande områden med en överföringslänk mellan sig? Motivera ditt svar med en graf. (1 p.)
- c) Anta att områdena i Finland, Sverige och Norge förvaltas av två elbolag. Vilket är det minsta antalet överföringslänkar som måste tas bort för att inget av bolagen ska förvalta två intilliggande områden med en överföringslänk mellan sig? Motivera ditt svar. (1 p.)

Källa: Leveranssäkerhet av el 2023, Energimyndigheten.

Problemlösning | Uppgift 2.

Svara på deluppgifterna 1–5 utgående från det bifogade materialet. I flervalstuppgifterna välj ett alternativ. Rätt svar: 1 p. Fel svar, inget svar eller flera valda alternativ: 0 p.

1. Hur många textjämförelser behövs ungefär för att hitta en nyckel med hjälp av en suffixtabell från en text som består av 1000 tecken? (1 p.)
 - A. 10
 - B. 100
 - C. 1000
 - D. 10000
2. Datorns minne består av byte. Låt oss anta att varje tecken i en text representeras av en byte och varje heltal av åtta byte. Ungefär hur många byte behövs för att lagra en text med n tecken och dess suffixtabell i datorns minne? (1 p.)
 - A. $8n$
 - B. $9n$
 - C. $8n + n^2/2$
 - D. $9n^2$
3. Låt oss anta att en text och dess suffixtabell lagras i ett långsamt minne, ur vilket vi kan läsa en enda informationsenhet var 0,01 s. Informationsenheten är antingen ett heltal eller ett textavsnitt som är tillräckligt långt för en textjämförelse. Från en hur lång text kan vi hitta nyckeln på en sekund? (1 p.)
 - A. Ungefär från en sida text (cirka tusen tecken).
 - B. Ungefär från texten i en enda tjock bok (cirka en miljon tecken).
 - C. Ungefär från textinnehållet i Finlands nationalbibliotek (cirka en biljon (10^{12}) tecken).
 - D. Från en mycket längre text än de tidigare alternativen.
4. Gör suffixtabellen för texten "baabacacc". (1,5 p.)
5. Suffixtabellen för texten "caabbabbacaca" är [13 2 3 6 11 9 5 8 4 7 12 1 10]. Ange alla textjämförelser som måste göras med binärsökning då man söker efter nyckeln "abc" från suffixtabellen. (1,5 p.)

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

Problemlösning | Uppgift 2. Material: Suffixtabell.

Suffixtabeller används i informationssystem, bland annat som katalogstrukturer för text, för datakomprimering och för att hitta olika återkommande segment. Låt oss betrakta en lång text T , som består av n tecken. *Suffix* som börjar från position 1 är hela texten. På motsvarande sätt består suffix som börjar från position i av de tecken som börjar från den i :e positionen fram till slutet av texten. Suffixtabellen visar alla suffix i hela texten och innehåller således n element. Suffixtabellen innehåller endast startpositionerna för varje suffix i originaltexten, inte hela suffixet som text. Suffixtabellen är sorterad så att den visar alla startpositioner för suffixen i alfabetisk ordning.

Tabell 1 visar suffixtabellen för texten "abcccaabba". Kolumnen "suffix" existerar egentligen inte, men den presenteras i tabell 1 för tydlighetens skull. Suffixtabellen för en text T med n tecken är alltså en tabell av heltal med längden n , som innehåller siffrorna $1..n$ i den ordning som bestäms av suffixens alfabetiska ordning. För att skapa och använda den krävs också texten T .

När suffixtabellen för texten T har skapats kan vi använda *binär sökning* för att hitta en annan kortare text från den. Vi kallar den kortare texten för *nyckel*. Vid binär sökning krävs textjämförelser för att hitta nyckeln. En textjämförelse $A < B$ är sann om och endast om text A föregår text B i alfabetisk ordning. Till exempel texten "bbc" kommer alfabetiskt före texterna "bcb" och "bbca".

Den binära sökningen börjar med hela suffixtabellen (sökområde består av positionerna $1..n$). Under varje steg i den binära sökningen betecknas början av sökområdet med b , slutet av området med s och mittpunkten av området med m . I varje steg i den binära sökningen jämförs nyckeln med suffixet med början från den position som anges av talet vid mittpunkten ($m \leftarrow (b + s)/2$). Om divisionen inte resulterar i ett heltal avrundas resultatet nedåt till närmaste heltal. Om suffixet som börjar från den position som anges av siffran vid mittpunkten föregår nyckeln i alfabetisk ordning, fortsätter sökningen från den senare delen av suffixtabellen, annars fortsätter den från den första delen. Sökningen fortsätter från den första delen genom att slutpunkten flyttas till mittpunkten ($s \leftarrow m$), och från den sista delen genom att startpunkten flyttas till positionen efter mittpunkten ($b \leftarrow m + 1$).

Textjämförelser och begränsning av sökområdet fortsätter tills start- och slutpunkterna möts. Slutligen görs en sista textjämförelse för att avgöra om nyckeln kan hittas på den position som anges av numret på position s i suffixtabellen. Om nyckeln förekommer på flera positioner i texten kommer den binära sökningen att hitta en av dem.

Algoritm 1 beskriver den binära sökningen i en mer exakt form. Uttrycket $\text{Text}[i..]$ betecknar suffixet i den text som börjar från position i . Uttrycket $\text{Suffixtabell}[i]$ betecknar numret vid position i i suffixtabellen.

Algoritm 1. BINÄRSÖKNING(Text, Suffixtabell, Nyckel)

```

 $b \leftarrow 1$     $s \leftarrow n$            ▷ sätt  $b$  och  $s$  lika med början respektive slutet av suffixtabellen
Så länge som  $b < s$  gäller, gör           ▷ upprepa tills det bara finns en position kvar
   $m \leftarrow \lfloor (b + s)/2 \rfloor$            ▷ sätt  $m$  lika med mittpunkten mellan  $b$  och  $s$ , avrunda nedåt om det behövs
  ifall  $\text{Text}[\text{Suffixtabell}[m]..] < \text{Nyckel}$ , så sätt           ▷ jämför textdel och nyckel
     $b \leftarrow m + 1$            ▷ fortsätt sökningen på den senare delen
  annars sätt
     $s \leftarrow m$            ▷ fortsätt sökningen på den första delen
  ifall  $\text{Text}[\text{Suffixtabell}[b]..]$  motsvarar Nyckeln, så sätt
    Nyckeln finns i position  $\text{Suffixtabell}[b]..$  av Texten
  annars sätt
    Nyckeln finns inte i Texten

```

FRÅGEHÄFTE | Skriv inte svaren här.

