

**Arkkitehtimatematiikan koe 20.5.2026**

**Ohjeet:** Kirjoita jokaiseen vastauspaperiin oma nimesi ja henkilötunnuksesi selkeästi yläreunaan. Aloita vastaamalla kokoarkille (taitettu A3) ja jos tarvitset lisää vastaus-tilaa, kirjoita loput vastauksista erillisille puoliarkeille (A4). Merkitse selkeästi, jos vastaus jatkuu usealle paperille. Perustele vastauksesi. Sijoita erilliset puoliarkit kokoarkin väliin, kun palautat vastauksesi. Apuvälineet: Kirjoitusvälineet ja neli- tai funktiolaskin.

**Tehtävä 1.** a) Ratkaise epäyhtälö  $2x - 5 < 7x + 15$ . (2 p.)

b) Ratkaise yhtälöpari

$$\begin{cases} 3x + 6y = 0 \\ 6x - 7y = 10. \end{cases} \quad (2 \text{ p.})$$

c) Ratkaise yhtälö  $(2x + 5)(x - 3) = -x + 9$ . (2 p.)

**Mallivastaus:** a) Siirtämällä termejä epäyhtälössä saadaan  $5x > -20$ , joten  $x > -4$ .

b) Kerrotaan ensimmäinen yhtälö luvulla  $-2$  ja lasketaan yhtälöt puolittain yhteen. Näin saadaan  $-19y = 10$ , joten  $y = -10/19$ . Ensimmäisen yhtälön perusteella  $x = -2y = 20/19$ .

c) Kertomalla yhtälön vasen puoli auki saadaan

$$2x^2 + 5x - 6x - 15 = -x + 9,$$

joka sieventyy muotoon  $2x^2 = 24$  eli  $x^2 = 12$ . Ratkaisut ovat siis  $x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$ .

**Tehtävä 2.** Sademittarin alaosan säiliö on suora ympyrälieriö (eli ympyräsylinteri), joka on pystysuorassa. Säiliön korkeus on 15 cm ja vaakasuoran poikkileikkauksen sisähalkaisija 4,4 cm.

a) Kuinka paljon vettä säiliöön mahtuu? Anna vastaus litroina. (3 p.)

b) Sademittarin säiliön päällä on ylöspäin levenevä suppilo, joka kerää sadevettä. Sen muoto on katkaistu ympyräkartio ja suppilon yläosan sisähalkaisija on 7,2 cm. Kuinka monta millimetriä veden pinta nousee säiliössä, jos vettä sataa yön aikana 5,0 mm? Oletetaan, että säiliö on tyhjennetty edellisenä iltana. (3 p.)

Lisätieto: Tilavuuteen liittyviä kaavoja ovat esimerkiksi

$$V = abc, \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad V = \pi r^2 h, \quad V = \frac{4\pi}{3}r^3, \quad V = \frac{1}{3}Ah, \quad V = Ah,$$

joista osa soveltuu tähän tehtävään.



Kuvan lähde: Aalto-yliopisto, 2026

**Mallivastaus:** a) Säiliön tilavuus voidaan laskea kaavalla  $V_1 = \pi r_1^2 h_1$ , jossa  $r_1 = 4,4/2 = 2,2$  cm ja  $h_1 = 15$  cm. Tilavuudeksi saadaan

$$V_1 = \pi \cdot 2,2^2 \cdot 15 \approx 228 \text{ cm}^3 \approx 0,23 \text{ litraa.}$$

b) Yön aikana sataneen veden tilavuus  $V_2$  voidaan myös laskea sylinterin tilavuuden kaavalla, jossa  $r_2 = 7,2/2 = 3,6$  cm ja  $h_2 = 0,5$  cm. Veden tilavuudeksi saadaan  $V_2 = \pi \cdot 3,6^2 \cdot 0,5 \approx 20,36 \text{ cm}^3$ . Sama vesimäärä valuu sademittarin säiliöön, joten veden korkeus  $h_3$  säiliössä toteuttaa yhtälön

$$V_2 = \pi r_1^2 h_3 \text{ eli } 20,36 = \pi \cdot 2,2^2 \cdot h_3,$$

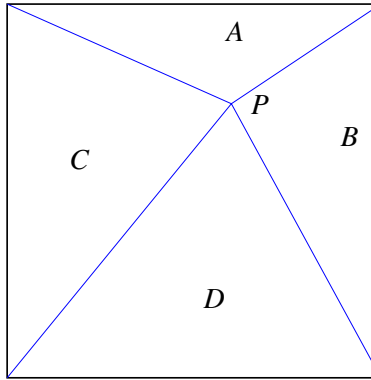
josta voidaan ratkaista  $h_3 \approx 1,339$  cm eli noin 13 millimetriä. (Tämä vesimäärä mahtuu helposti säiliöön, koska säiliön korkeus on 15 cm.)

**Tehtävä 3.** Neliön kärjet sijaitsevat pisteissä  $(0, 0)$ ,  $(10, 0)$ ,  $(10, 10)$  ja  $(0, 10)$ .

a) Laske pisteen  $(6, 7)$  etäisyys lähimpänä sijaitsevaan neliön kärkeen. (2 p.)

b) Neliön sisältä valitaan piste  $P$ , joka yhdistetään janalla jokaiseen neliön kärkeen alla olevan kuvion mukaisesti. Nämä janat jakavat neliön neljään kolmioon, joiden pinta-alat ovat  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ja  $D$  kuvioon merkityssä järjestyksessä. Määritä pisteen  $P$  koordinaatit, kun pinta-alojen suhteille pätee

$$A : B : C : D = 1 : 2 : 3 : 4. \quad (4 \text{ p.})$$



**Mallivastaus:** a) Pisteen molemmat koordinaatit ovat lähempänä arvoa 10 kuin arvoa 0, joten lähin kärki on  $(10, 10)$ . Etäisyys voidaan laskea Pythagoraan lauseen avulla suorakulmaisesta kolmiosta, jonka kateettien pituudet ovat  $10 - 6 = 4$  ja  $10 - 7 = 3$ . Etäisyydeksi saadaan

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

b) Ajatellaan neliön sivut kolmioiden kannoiksi, joiden pituus on siis kaikilla kolmioilla 10. Merkitään näitä kantoja vastaan kohtisuoria kolmioiden korkeuksia pinta-alojen isoja kirjaimia vastaavilla pienillä kirjaimilla  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$ . Koska kolmioiden kannat ovat samat, niin korkeuksien suhteet ovat samat kuin pinta-aloilla eli

$$a : b : c : d = 1 : 2 : 3 : 4.$$

Toisaalta  $a + d = b + c = 10$ , joten näistä ehdoista ratkaisemalla tai päättelämällä saadaan  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 6$  ja  $d = 8$ . Kysytty piste  $P$  on siis  $(c, d) = (6, 8)$ .

- Tehtävä 4.** Kiinteistövälittäjä arvioi, että erään omakotitalon arvo kasvaa nousuhdanteen aikana 2,0 % vuosittain, mutta pienenee laskusuhdanteen aikana 1,0 % vuosittain. Tilastojen perusteella kunakin vuonna on noususuhdanne 60 prosentin ja laskusuhdanne 40 prosentin todennäköisyydellä, ja eri vuosien tilanteet ovat toisistaan riippumattomia.
- a) Millä hintavälillä talon arvo on viiden vuoden kuluttua, kun sen arvo on ensimmäisen vuoden alussa 1 000 000 euroa? (2 p.)
- b) Kuinka suurella todennäköisyydellä talon arvo ei ole viiden vuoden kuluttua suurin eikä pienin mahdollinen? (4 p.)

**Mallivastaus:** a) Talon suurin mahdollinen arvo on

$$1,02^5 \cdot 1\,000\,000 \approx 1\,104\,081 \approx 1\,100\,000 \text{ euroa}$$

ja pienin mahdollinen arvo

$$0,99^5 \cdot 1\,000\,000 \approx 950\,990 \approx 950\,000 \text{ euroa.}$$

b) Kaikkina kymmenenä vuonna on noususuhdanne todennäköisyydellä  $0,6^5 \approx 0,0778$  ja laskusuhdanne todennäköisyydellä  $0,4^5 \approx 0,0104$ . Näiden yhteenlaskettu todennäköisyys on noin 0,0880, joten komplementtitapauksen todennäköisyys on noin

$$1 - 0,0880 = 0,912 \approx 0,91.$$

Vastaus on siis: Noin 91 % todennäköisyydellä.