dia Diplomi-insinööri- ja arkkitehtikoulutuksen valintayhteistyö
Diplomingenjörs- och arkitektutbildningens antagningssamarbete

Provet i arkitekturmatematik 20.5.2026

Anvisningar: Skriv ditt namn och din personbeteckning tydligt i ovankanten på varje svarspapper. Börja svara på helarket (vikt A3) och, om du behöver mer svarsutrymme, skriv resten på lösa halvark (A4). Markera tydligt om svaret fortsätter över flera sidor. Motivera dina svar. Placera lösa halvark inuti helarket då du lämnar in dina svar. Hjälpmedel: Skrivdon och miniräknare eller funktionsräknare.

Uppgift 1. a) Lös olikheten $2x - 5 < 7x + 15$. (2 p.)
b) Lös ekvationsparet

$$\begin{cases} 3x + 6y = 0 \\ 6x - 7y = 10. \end{cases}$$ (2 p.)

c) Lös ekvationen $(2x + 5)(x - 3) = -x + 9$. (2 p.)

Modellösning: a) Genom att flytta termerna i olikheten får vi $5x > -20$, så $x > -4$.
b) Vi multiplicerar den första ekvationen med -2 och adderar ekvationerna ledvis. Då får vi $-19y = 10$, så $y = -10/19$. Den första ekvationen ger då $x = -2y = 20/19$.
c) Genom att utveckla vänsterledet får vi

$$2x^2 + 5x - 6x - 15 = -x + 9,$$

som förenklas till $2x^2 = 24$ eller $x^2 = 12$. Lösningarna är alltså
$x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$.

Uppgift 2. Behållaren i nederdelen av en regnmätare är en lodrät rak cirkulär cylinder. Behållarens höjd är 15 cm och innerdiametern av det vågräta tvärsnittet är 4,4 cm.
a) Hur mycket vatten rymmer behållaren? Ge svaret i liter. (3 p.)
b) Ovanför regnmätarens behållare är en tratt som vidgar sig uppåt, som samlar regnvatten. Den har formen av en avskuren cirkulär kon, och innerdiametern av trattens överdel är 7,2 cm. Hur många millimeter höjs vattenytan i behållaren, om det under natten regnar 5,0 mm? Vi antar att behållaren tömts föregående kväll. (3 p.)
Extra information: Formler som rör volymer är till exempel

$$V = abc,\ V = \frac{1}{3}\pi r^2 h,\ V = \pi r^2 h,\ V = \frac{4\pi}{3} r^3,\ V = \frac{1}{3}Ah,\ V = Ah,$$

varav vissa passar för den här uppgiften.

Källa: Aalto-universitetet, 2026.

Modellösning: a) Volymen av behållaren kan beräknas med formeln $V_1 = \pi r_1^2 h_1$, där $r_1 = 4{,}4/2 = 2{,}2$ cm och $h_1 = 15$ cm. Volymen blir då

$$V_1 = \pi \cdot 2{,}2^2 \cdot 15 \approx 228 \text{ cm}^3 \approx 0{,}23 \text{ liter.}$$

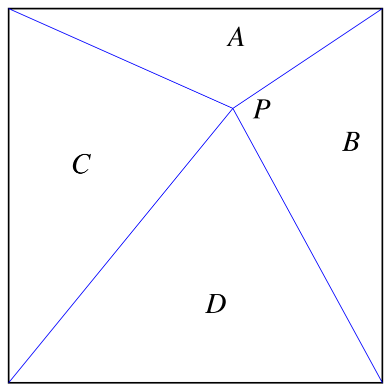
b) Volymen V_2 av regnet som fallit under natten kan också beräknas med formeln för volymen av en cylinder, där $r_2 = 7{,}2/2 = 3{,}6$ cm och $h_2 = 0{,}5$ cm. Vattenvolymen blir $V_2 = \pi \cdot 3{,}6^2 \cdot 0{,}5 \approx 20{,}36$ cm^3. Denna vattenvolym rinner ner i regnmätarens behållare, så höjden h_3 av vattenytan i behållaren uppfyler ekvationen

$$V_2 = \pi r_1^2 h_3, \text{ alltså } 20{,}36 = \pi \cdot 2{,}2^2 \cdot h_3.$$

Ur detta löser vi $h_3 \approx 1{,}339$ cm, det vill säga ungefär 13 millimeter. (Denna vattenmängd ryms med lätthet i behållaren, eftersom behållaren är 15 cm hög.)

Uppgift 3. En kvadrat har hörn i punkterna $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(10, 10)$ och $(0, 10)$.
a) Beräkna avståndet från punkten $(6, 7)$ till det närmsta hörnet i kvadraten. (2 p.)
b) I det inre av kvadraten väljer vi en punkt P, som vi förbinder med sträckor till vart och ett av de fyra hörnen i kvadraten, enligt figuren nedan. Dessa sträckor delar upp kvadraten i fyra trianglar, vars areor är A, B, C och D enligt beteckningarna i figuren. Bestäm koordinaterna för punkten P, om förhållandena mellan areorna uppfyller

$A : B : C : D = 1 : 2 : 3 : 4.$ (4 p.)



Modellösning: a) Båda koordinarerna för punkten ligger närmare värdet 10 än värdet 0, så det närmsta hörnet är $(10, 10)$. Avståndet kan med hjälp av Pythagoras sats beräknas från en rätvinklig triangel, vars kateter har längd $10 - 6 = 4$ och $10 - 7 = 3$. Avståndet blir

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

b) Betrakta kvadratens sidor som trianglarnas baser, vilka alltså är 10 i alla trianglarna. Beteckna höjderna mot dessa baser i de fyra trianglarna, vars areor betecknades med stora bokstäver, med de motsvarande små bokstäverna a, b, c och d. Eftersom alla trianglar har samma bas, så är förhållandena mellan höjderna samma som förhållandena mellan areorna, så

$$a : b : c : d = 1 : 2 : 3 : 4.$$

Å andra sidan gäller $a + d = b + c = 10$. Ur dessa villkor kan vi lösa ut eller härleda $a = 2$, $b = 4$, $c = 6$ och $d = 8$. Den sökta punkten P är därför $(c, d) = (6, 8)$.

Uppgift 4. En fastighetsmäklare uppskattar att värdet av ett visst egnahemshus växer med 2,0 % om året under högkonjunktur, men sjunker med 1,0% om året under lågkonjunktur. Enligt statistiken är varje år högkonjunktur med sannolikhet 60 procent och lågkonjunktur med sannolikhet 40 procent, och olika år är oberoende av varandra.
a) Inom vilket intervall ligger husets värde efter fem år, om dess värde i början av det första året är 1 000 000 euro? (2 p.)
b) Vad är sannolikheten för att husets värde efter fem år varken är det största eller det minsta möjliga värdet? (4 p.)

Modellösning: a) Det största möjliga värdet är

$$1{,}02^5 \cdot 1\,000\,000 \approx 1\,104\,081 \approx 1\,100\,000 \text{ euro}$$

och det minsta möjliga värdet är

$$0{,}99^5 \cdot 1\,000\,000 \approx 950\,990 \approx 950\,000 \text{ euro.}$$

b) Sannolikheten för att alla de fem åren är högkonjunktur är $0{,}6^5 \approx 0{,}0778$ och sannolikheten för att alla de fem åren är lågkonjunktur är $0{,}4^5 \approx 0{,}0104$. Den sammanlagda sannolikheten för at någon av dessa två händelser inträffar är ungefär 0,0880, så sannolikheten för komplementhändelsen är ungefär

$$1 - 0{,}0880 = 0{,}912 \approx 0{,}91.$$

Svaret är alltså: Med cirka 91 % sannolikhet.