

Arkkitehtimatematiikan koe 20.5.2019

Ohjeita: Kirjoita jokaiseen paperiin oma nimesi ja henkilötunnuksesi. Kirjoita tehtävän 1 vastaus kokoarkille (taitettu A3) ja tehtävien 2-6 vastaukset erillisille puoliarkeille (A4). Merkitse selkeästi, jos vastaus jatkuu usealle paperille. **Perustele vastauksesi.** Sijoita erilliset puoliarkit kokoarkin väliin, kun palautat vastauksesi. Apuvälineet: Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

1. Anna kaikissa kohdissa vastaukset tarkkoina arvoina.

- a) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat yhtälön $x^2 - 5 = 0$? (1 p.)
- b) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat yhtälön $\frac{1}{6} \cdot \frac{x}{2} = 3$? (1 p.)
- c) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat yhtälön $7 \cos x = 7$? (1 p.)
- d) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat epäyhtälön $|x^2 - 2| > 0$? (1 p.)
- e) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat yhtälön $\frac{1}{4} + \frac{x}{3} = 1$? (1 p.)
- f) Mitkä reaaliluvut x toteuttavat yhtälön $\frac{x}{2} : \frac{4}{5} = 1$? (1 p.)

2. Tarkastellaan sellaista kuutiota, jonka jokaisen särmän pituus on 6 cm. Kuution kaksi vastakkaista tahkoa maalataan punaisiksi ja kaksi muuta vastakkaista tahkoa maalataan sinisiksi. Toinen jäljelle jääneistä vielä maalaamattomista tahkoista maalataan mustaksi. Maalattu kuutio sahataan pieniksi kooltaan $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ kuutioiksi.

- a) Kuinka monta pientä kuutiota saadaan yhteensä? (1 p.)
- b) Kuinka monta sellaista pientä kuutiota saadaan, joiden sivutahkoista tasan kolme on maalattu? (1 p.)
- c) Kuinka monta sellaista pientä kuutiota saadaan, joiden sivutahkoista tasan kaksi on maalattu? (1 p.)
- d) Kuinka monta sellaista pientä kuutiota saadaan, joiden sivutahkoista tasan yksi on maalattu? (1 p.)
- e) Kuinka monta sellaista pientä kuutiota saadaan, joiden sivutahkoista ainakin yksi on maalattu? (1 p.)
- f) Kuinka monta sellaista pientä kuutiota saadaan, joiden kaikki sivutahkot ovat maalaamattomia? (1 p.)

3. Arkkitehtiopiskelija Pekkala haluaa maalata pihaterassinsa katon. Pekkალalla on yksi litra valkoista maalia ja yksi litra punaista maalia. Pekkala haluaa maalata katon maaliseoksella, jossa on 18 prosenttia punaista maalia ja 82 prosenttia valkoista maalia. Katon maalaamiseen tarvitaan yhteensä 6 desilitraa maaliseosta. Pekkala valmistaa maaliseosta tasan tarvittavan määrän eikä läikytä yhtään. Pekkala säästää jäljelle jäävän valkoisen maalin ja jäljelle jäävän punaisen maalin.
- Kuinka monta desilitraa punaista maalia jää säästöön? Anna vastauksen kaksidesimaalinen likiarvo. (3 p.)
 - Pekkala valmistaa uudeen maaliseoksen. Uuteen seokseen Pekkala käyttää kaiken säästöön jääneen punaisen maalin, kaiken säästöön jääneen valkoisen maalin ja puoli desilitraa sinistä maalia. Kuinka monta prosenttia sinisen maalin osuus on uudesta maaliseoksesta? (3 p.)
4. Kaisa rakentaa pyramidin, jonka pohja on neliö ja jonka sivutahkot ovat tasakylkisiä kolmioita. Jokaisen tasakylkisen kolmion korkeus on $h = 10$ ja pohjaneliön sivun pituus on $l = 3$. Piirrä kuva tehtävänannon mukaisesta pyramidista. Mikä on Kaisan rakentaman pyramidin korkeus ja tilavuus? Anna vastauksissa tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo. (6 p.)
5. a) Laske käyrien $y = 0$, $x = 2$ ja $y = \sqrt{x}$ raajaaman alueen pinta-ala. Anna vastauksen tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo. (3 p.)
- b) Laske käyrien $x = -1$, $x = 1$, $y = -1$ ja $y = \sin x + 2$ raajaaman alueen pinta-ala. Anna vastauksen tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo. (3 p.)
6. Tarkastellaan yksikköympyrää ja pisteitä A, B, C, D, E, F ja O . Jana pisteestä A pisteeseen B on yksikköympyrän halkaisija. Tämän halkaisijan keskipiste on O . Jana pisteestä O pisteeseen C on kohtisuorassa halkaisijalle AB . Piste C etäisyys keskipisteestä O on $\frac{7}{8}$. Piste D on janalla AC etäisyydellä $\frac{1}{2}$ pisteestä A . Pisteet E ja F ovat halkaisijalla AB . Jana pisteestä D pisteeseen E on kohtisuorassa halkaisijalle AB . Jana FD on yhdensuuntainen janan EC kanssa. Piirrä tehtävänannon mukainen kuva yksikköympyrästä ja pisteistä A, B, C, D, E, F ja O . Merkitse kuvaan janat AB, OC, AC, EC, ED ja FD . Mikä on janan AF pituus? Anna vastauksen tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo. (6 p.)